

Astrid BRINKMANN, Münster

Maps als Hilfe beim Problemlösen und beim Modellieren

Graphische Darstellungen von Vernetzungen wie Mind Maps, Concept Maps und hiervon abgewandelte Map-Formen können, bei passender inhaltlicher Gestaltung, eine Hilfe beim Problemlösen und beim Modellieren sein. Dies erreicht man zum einen mit Maps, die einen, zur gestellten Aufgabe passenden, gut strukturierten Überblick über mathematische Wissensinhalte in ihrem Zusammenhangsgefüge bereitstellen. Zum anderen können beim Problemlösen auch Maps dienlich sein, die Werkzeuge, wie Rechen-techniken und Algorithmen, die beim Problemlösen genutzt werden, bereitstellen, oder Maps, die Metawissen zu Problemlöseprozessen liefern, indem sie z. B. eine Übersicht über heuristische Strategien und Prinzipien zeigen.

Einen ausführlichen Artikel hierzu findet man im *Band 4* der Schriftenreihe „*Mathe vernetzt – Anregungen und Materialien für einen vernetzenden Mathematikunterricht*“ (Brinkmann 2016); die nachfolgenden Abschnitte geben einen Einblick in Kurzform.

1. Maps als Hilfe beim (innermathematischen) Problemlösen

1.1 Maps, die Basiswissen für Problemlöseprozesse abbilden

Mit Mind Maps, Concept Maps und hiervon abgewandelte Formen lassen sich vernetzte mathematische Wissensinhalte zu einem Thema visualisieren (vgl. z. B. Brinkmann 2011); die Maps liefern ein Bild der Vernetzung zum Thema. Beim Problemlösen werden mathematische Objekte aktiv in Beziehung zueinander gesetzt, es findet ein Prozess des Vernetzens statt, oder bildlich gesprochen: Man bewegt sich im Wissensnetz.

Es liegt daher nahe, dass die Nutzung von Maps in Problemlöseprozessen hilfreich sein kann. Ergebnisse einer Untersuchung (Brinkmann 2005) bestätigen diese These und zeigen obendrein, dass die Wissensdarstellung in Map-Form hilfreicher ist als die bloße textliche Darstellung in Schulbüchern.

Hat ein Problemlösender eine Map vorliegen, die vernetzte Wissensinhalte zum fraglichen Thema abbildet, so muss die Suche nach inhaltlichen Zusammenhängen nicht nur auf rein kognitiver Ebene des Problemlösenden erfolgen, die Zusammenhänge können in der Map gesehen werden und die Map erinnert an sie. Dabei muss die Map gar nicht alle Begriffe und Verbindungen aufzeigen, die dem Wissensnetz des Problemlösenden eigen sind, sie muss aber passende Assoziationen auf kognitiver Ebene hervorheben.

In Institut für Mathematik und Informatik Heidelberg (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2016* (S. x–y). Münster: WTM-Verlag

Wie eine Map beim Lösen einer Problemaufgabe genutzt werden kann, wird am Beispiel des Themas „Quadratische Parabeln“ in Brinkmann (2012, 2016) detailliert ausgeführt, wobei Möglichkeiten und Grenzen deutlich werden. Zu den Grenzen gehört insbesondere, dass eine Map immer nur einen *Wissensausschnitt* darstellt, der zudem in der Regel auf ein einziges Thema begrenzt ist, und damit nicht immer alle zum Lösen vernetzungsreicher Aufgaben nötigen Wissensbestandteile in ihrer Beziehungshaltigkeit repräsentiert. Dies betrifft insbesondere themenübergreifende und –verbindende Aufgaben.

Für die Unterrichtspraxis erweist es sich als besonders vorteilhaft, wenn zum Erstellen einer Map, die Basiswissen für das Lösen von Problemaufgabe bereitstellen soll, der Lehrende eine inhaltliche Eingrenzung, evtl. auch Vorstrukturierung der Map vorgibt, und die Map von den Schüler/-innen fertiggestellt wird. Solche Maps können passgenauer Wissensnetze für die zu lösenden Aufgaben darstellen, als es reine Schülerprodukte i. d. R. vermögen, und erfordern zudem zu ihrer Fertigstellung eine intensive Auseinandersetzung der Lernenden mit den Wissensinhalten. Mögliche methodische Vorgehensweisen sind im Band 3 von Mathe vernetzt beschrieben (Borys & Brinkmann 2013).

1.2 Maps mit Werkzeugen als Hilfe zum Problemlösen

Beim Problemlösen müssen häufig Rechenregeln und –techniken, Algorithmen oder Formeln angewandt werden. Solche Werkzeuge, rund um ein Thema, lassen sich in einer Werkzeug-Map zusammentragen, die dann als „Nachschlagewerk“, genauer: „Nach-schau-werk“, dient.

1.3 Map als Übersicht über Heuristiken zum Problemlösen

Ein Problemlöser muss nicht nur über ein gut fundiertes Begriffswissen verfügen, sondern auch über Wissen um heuristische Hilfsmittel, Strategien und Prinzipien, und diese zum Problemlösen passend auswählen und anwenden können. Solches Metawissen zum Problemlösen Heuristiken betreffend lässt sich überblicksartig in Maps darstellen. Die Nutzung solcher Maps befähigt den Problemlöser nicht unbedingt zum Handeln, erinnert aber an mögliche in Frage kommende Vorgehensweisen.

Ein solcher Einsatz von Maps im Unterricht ist vereinzelt schon in neueren Schulbüchern zu finden (MatheNetz 2008, Lambacher Schweizer 2010).

2. Maps als Hilfe beim Modellieren

Beim Modellieren erweist sich für Schüler/-innen insbesondere der Teilprozess des Mathematisierens als eine besondere Herausforderung. Es wird

im Folgenden darauf eingegangen, wie Maps gestaltet werden sollten, um speziell beim Mathematisieren eine Hilfe bieten zu können.

Die zentrale Frage ist: „Wie findet man ein passendes mathematisches Modell zu einer gegebenen Sachsituation?“

Beispiel: Geometrische Modellierung

Kann man beispielsweise in der Sachsituation ein rechter Winkel erkennen, so kann eine geometrische Figur mit einem rechten Winkel, z. B. ein rechtwinkliges Dreieck oder ein Rechteck, Teil der Mathematisierung sein; Eigenschaften, Formeln, Sätze, die für diese geometrische Figur gelten, können passende mathematische Modelle sein, um die Sachsituation mathematisch zu bearbeiten. Eine Map, die Wissen rund um rechtwinklige Dreiecke bzw. Rechtecke darstellt, kann hier helfen, eine passende und nützliche Mathematisierung zu finden.

Beispiel: Funktionale Modellierung

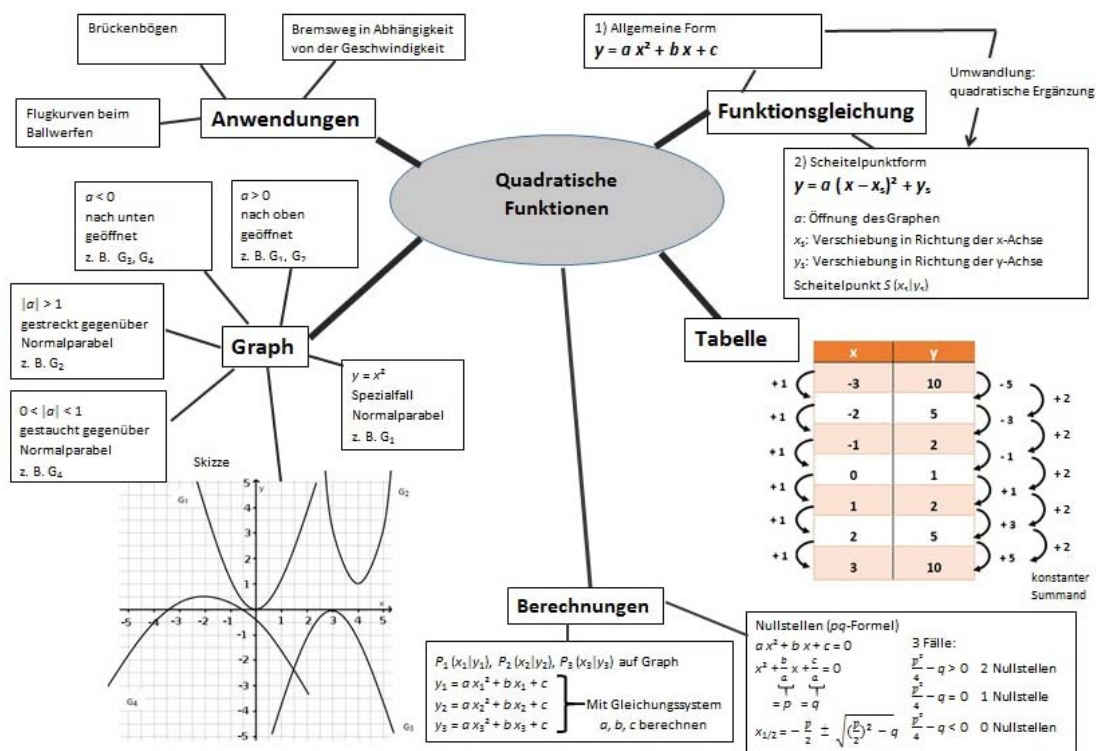
Werden in der Sachsituation zwei Größen betrachtet, wobei eine Veränderung der einen Größe eine Veränderung der anderen bewirkt, liegt eine funktionale Modellierung nahe, die dann aber noch konkretisiert werden muss. Einen passenden Funktionstyp findet man z. B., indem

- die spezielle Sachsituation als *typische Sachsituationsart* zu einem bestimmten Funktionstyp erkannt wird,
- in den gegebenen *Daten* (numerische Darstellung, z. B. Messreihe) *Beziehungen zwischen den Zahlenwerten* erkannt werden, die typisch für eine bestimmte Funktionsart sind,
- eine vorgegebene *graphische Darstellung* als typisch für eine bestimmte Funktionsart erkannt wird.

Maps, die speziell Erkennungsmerkmale für bestimmte funktionale Mathematisierungsmuster zeigen, können beim Finden eines passenden mathematischen Modells zu einer Sachsituation helfen.

Da in funktionalen Modellierungsprozessen oft ein Darstellungswechsel nötig ist, erweist es sich als vorteilhaft, wenn die Maps verschiedene Darstellungsarten von Funktionen (numerisch, algebraisch, graphisch) sowie zwischen diesen bestehende Zusammenhänge aufzeigen. Hilfreich ist ferner eine Ergänzung der Maps durch das Aufführen einiger wesentlicher Berechnungen, die beim Arbeiten mit den entsprechenden Funktionen durchgeführt werden können. Um diese vielen Informationen in Maps unterbringen zu können, sollte sich jede Map auf nur einen Funktionstyp beschränken.

Folgende Abb. zeigt eine Beispielmap zu quadratischen Funktionen.



3. Anmerkung

In der Schriftenreihe „Mathe vernetzt“ wurden sowohl im Band „Kommentierte Arbeitsblätter und Kopiervorlagen zu den Bänden 1–3“ als auch im Band 4 etliche Unterrichtsmaterialien mit Maps und passenden Aufgaben zu verschiedenen mathematischen Schulthemen bereitgestellt.

Literatur

- Borys, T.; Brinkmann, A. (2013). Strukturiertes Lehren und Lernen mit Maps – Methodische Vorgehensweisen zur inhaltlichen Eingrenzung. In A. Brinkmann (Reihenhrsg.) A. Brinkmann, M. Brandl, M. Bürker (Hg.). *Mathe vernetzt – Anregungen und Materialien für einen vernetzenden Mathematikunterricht. Band 3*. Aulis, S. 23–32.
- Brinkmann, A. (2005). Können Concept Maps eine Hilfe beim Problemlösen sein? In: G. Graumann (Hrsg.). *Beiträge zum Mathematikunterricht 2005*, S. 127–130.
- Brinkmann, A. (2011). Visualisieren und Lernen von vernetztem mathematischen Wissen mittels Mind Maps und Concept Maps. In: A. Brinkmann (Reihenhrsg.) A. Brinkmann, J. Maaß, H.-S. Siller (Bandhrsg.). *Mathe vernetzt – Anregungen und Materialien für einen vernetzenden Mathematikunterricht. Band 1*. Aulis, S. 22–35.
- Brinkmann, A. (2012). Wissensnetze nutzen. Vernetzende Aufgaben und Visualisierungen. *mathematik lehren* 173, S. 57–60.
- Brinkmann, A. (2016). Maps als Hilfe beim Problemlösen und beim Modellieren. In: A. Brinkmann (Reihenhrsg.) A. Brinkmann, T. Borys, M. Brandl (Bandhrsg.). *Mathe vernetzt – Anregungen und Materialien für einen vernetzenden Mathematikunterricht. Band 4*. Aulis, S. 23–35. ISBN 978-3-7614-2960-0.

Link „Mathe vernetzt“: <http://www.math-edu.de/Vernetzungen/Schriftenreihe.html>