

Katharina BÖCHERER-LINDER, Freiburg

Andreas EICHLER, Kassel

Markus VOGEL, Heidelberg

Empirische Befunde zum Vergleich von Visualisierungen im Bereich der bedingten Wahrscheinlichkeiten

1. Einleitung

Die bedingten Wahrscheinlichkeiten sind zentral für das Entscheiden unter Unsicherheit. Beispiele hierfür sind die Pränataldiagnostik (Wie würden Sie entscheiden, wenn ein solcher Test positiv ist?), Doping-Tests (Wie ist es zu bewerten, wenn Sportler bei einem positiven Testergebnis beteuern, nicht gedopt zu haben?) oder die Anwendung der DNA-Analyse in der Kriminalistik (Mit welcher Wahrscheinlichkeit handelt es sich um den Täter?). Die Schule soll Schülerinnen und Schüler dazu befähigen, „die Phänomene ihrer Lebenswelt zu verstehen“ und „Urteilsfähigkeit zu entwickeln“ (Leitgedanken zum Kompetenzerwerb für Mathematik, Gymnasium, Bildungsplan 2004, Baden-Württemberg). Dies gilt insbesondere für die Urteilsfähigkeit in solchen Situationen der Unsicherheit.

Die psychologische Forschung hat allerdings festgestellt, dass Menschen ganz allgemein Schwierigkeiten beim Umgang mit bedingten Wahrscheinlichkeiten haben. Hier ist das Forschungsprogramm „heuristics and biases“ (Tversky & Kahneman, 1974) und die Forschungen zur Risikokommunikation (Gigerenzer & Hoffrage, 1995) zu nennen. Die psychologische Forschung hat aber nicht nur diese Schwierigkeiten aufgedeckt und beschrieben, sondern auch Methoden entwickelt, wie der Umgang mit bedingten Wahrscheinlichkeiten erleichtert werden kann: „frequencies and pictures can improve understanding and performance“ (Brase, 2014, S. 81). „Frequencies“ meint hier natürliche Häufigkeiten und „pictures“ meint die Visualisierung statistischer Information.

Im Folgenden gehen wir der Frage nach, wie die Visualisierung der statistischen Information gestaltet werden kann und welche empirischen Befunde dafür vorliegen.

2. Visualisierung vs. keine Visualisierung

Zunächst gibt es Studien, die den Einfluss von Visualisierung der statistischen Information im Vergleich zu keiner Visualisierung untersuchen. Hierbei ist die statistische Information immer auch in einem Text gegeben und die Visualisierung dient als zusätzliche Hilfe. Wir beschränken uns in unserer Darstellung nur auf solche (Teil-) Studien, die die statistische In-

In Institut für Mathematik und Informatik Heidelberg (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2016* (S. x–y). Münster: WTM-Verlag

formation in Form von natürlichen Häufigkeiten geben. In Binder et al. (2015) konnte gezeigt werden, dass sowohl Baumdiagramme als auch Vierfeldertafeln die Performanz signifikant steigern. Sedlmeier und Gigerenzer (2001) kamen zu ähnlichen Ergebnissen bezogen auf das Baumdiagramm mit natürlichen Häufigkeiten und das Häufigkeitsgitter. In einer Studie von Brase (2014) waren sowohl Piktogramme als auch abstrakte Icon Arrays hilfreich. Insgesamt zeichnet sich ein Konsens ab, dass Visualisierungen basierend auf natürlichen Häufigkeiten günstig sind für die Berechnung und das Verständnis bedingter Wahrscheinlichkeiten.

3. Vergleich verschiedener Visualisierungen

Im Bereich der bedingten Wahrscheinlichkeiten werden verschiedene Visualisierungen eingesetzt. In Figur 1 zeigen wir beispielhaft vier verschiedene Visualisierungen. Weitere Visualisierungen sind das Häufigkeitsgitter (Garcia-Retamero & Hoffrage, 2013), Roulette-wheel-Diagramme (Yamagishi, 2003), Piktogramme und abstrakte Icon-Arrays (Brase, 2014).

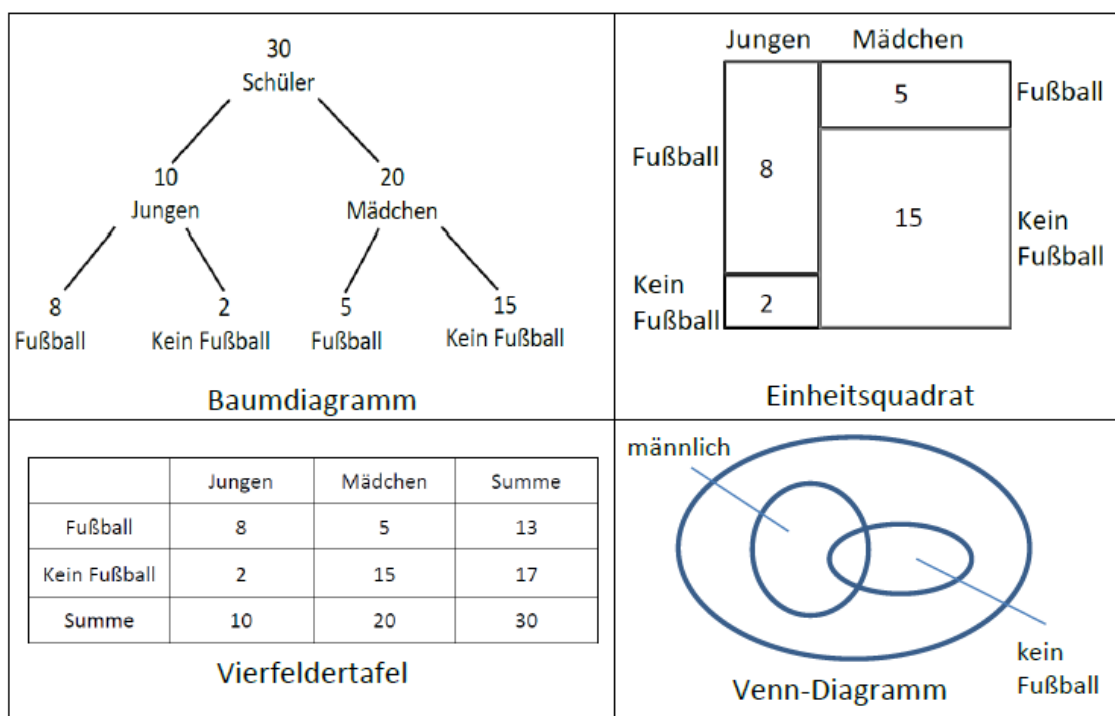


Fig. 1: Verschiedene Visualisierungen

Es stellt sich die Frage, welche Visualisierung besonders geeignet ist, bzw. welche Eigenschaften einer Visualisierung entscheidend sind dafür, die Lösungshäufigkeit für Probleme aus dem Bereich der bedingten Wahrscheinlichkeiten, z.B. Satz von Bayes, zu erhöhen. Von Seiten der Theorie gibt es zwei verschiedene Postulate. Erstens die Theorie der natürlichen Häufigkeiten (*ecological rationality account*, vgl. Cosmides & Tooby, 1996),

nach der solche Visualisierungen günstig sind, die den natürlichen Sampling Prozess darstellen. Zweitens die Theorie der verschachtelten Mengen (*nested sets account*, vgl. Barbey & Sloman, 2007), nach der solche Visualisierungen günstig sind, die die Teilmengenstruktur deutlich machen.

Eine Vielzahl von empirischen Studien hat bisher den Effekt zweier oder mehrerer Visualisierungen untersucht und verglichen. Wir beschränken uns in unserem Bericht wiederum nur auf solche (Teil-) Studien, in denen die statistische Information in Form von natürlichen Häufigkeiten gegeben wird. In Brase (2009) erwiesen sich Piktogramme effektiver als Venn-Diagramme. Dabei spielte es keine Rolle, wie die einzelnen Icons angeordnet waren. Dieses Ergebnis wurde durch die Theorie der natürlichen Häufigkeiten erklärt, da wie im natürlichen Sampling Prozess bei Piktogrammen diskrete, zählbare Objekte dargestellt sind. Sirota et al. (2014) hingegen zeigten, dass die Ikonizität der dargestellten Elemente keinen Einfluss hat und interpretierten dieses Ergebnis im Sinne der Theorie der verschachtelten Mengen. In einer Studie von Yamagishi (2003) erwies sich das Roulette-Wheel-Diagramm gegenüber dem Baumdiagramm als überlegen, was wiederum im Sinne der Theorie der verschachtelten Mengen gedeutet wurde. Im Gegensatz dazu zeigte Brase (2014) die Überlegenheit der Piktogramme gegenüber dem Roulette-Wheel-Diagramm, was für die Theorie der natürlichen Häufigkeiten spricht.

4. Forschungsbedarf

Es zeigt sich, dass durch die oben skizzierte Vielzahl an teilweise widersprüchlichen Ergebnissen die Frage nach der „besten“ Visualisierung nicht beantwortet werden konnte. Außerdem bleibt die Frage offen, welche Eigenschaften einer Visualisierung eigentlich entscheidend sind. Diese Frage ist allerdings grundlegend für das Design effektiver Visualisierungen und ist damit von enormer praktischer (wie auch theoretischer) Relevanz.

In unserem Forschungsprojekt („Einfluss von Visualisierung auf den Wissenserwerb im Bereich der bedingten Wahrscheinlichkeiten“), das ein Teil des Forschungs- und Nachwuchskollegs VisDeM an der PH Freiburg ist, gehen wir dieser Frage nach. Wir vergleichen zwei Visualisierungen, die eine sehr unterschiedliche Struktur haben, nämlich das Einheitsquadrat und das Baumdiagramm mit natürlichen Häufigkeiten. Dabei untersuchen wir nicht nur den Effekt auf die Lösungshäufigkeit bei Problemen aus dem Bereich der bedingten Wahrscheinlichkeiten, sondern widmen uns auch der Frage, wie die Effekte zu erklären sind, bzw. welche Eigenschaften der Visualisierungen dafür verantwortlich sind. Hier hat es sich als fruchtbar er-

wiesen, die Effekte des Auslesens von Information und die Effekte beim Bestimmen von Teilmengenbeziehungen genauer zu untersuchen.

Literatur

- Barbey, A. K., & Sloman, S. A. (2007). Base-rate respect: From ecological rationality to dual processes. *The Behavioral and brain sciences*, 30(3), 241-54.
- Binder, K., Krauss, S., & Bruckmaier, G. (2015). Effects of visualizing statistical information - an empirical study on tree diagrams and 2×2 tables. *Frontiers in psychology*, 6, 1186.
- Brase, G. L. (2009). Pictorial representations in statistical reasoning. *Applied Cognitive Psychology*, 23(3), 369–381.
- Brase, G. L. (2014). The power of representation and interpretation: Doubling statistical reasoning performance with icons and frequentist interpretations of ambiguous numbers. *Journal of Cognitive Psychology*, 26(1), 81–97.
- Cosmides, L., & Tooby, J. (1996). Are humans good intuitive statisticians after all?: Rethinking some conclusions from the literature on judgment under uncertainty. *Cognition*, 58(1), 1–73.
- Garcia-Retamero, R., & Hoffrage, U. (2013). Visual representation of statistical information improves diagnostic inferences in doctors and their patients. *Social Science & Medicine*, 83, 27–33.
- Gigerenzer, G., & Hoffrage, U. (1995). How to improve Bayesian reasoning without instruction: Frequency formats. *Psychological Review*, 102(4), 684–704.
- Ministerium für Kultus, Jugend und Sport Baden-Württemberg (Hrsg.) (2004). Bildungsplan 2004 - Allgemein bildendes Gymnasium. Stuttgart.
- Sedlmeier, P., & Gigerenzer, G. (2001). Teaching Bayesian reasoning in less than two hours. *Journal of Experimental Psychology: General*, 130(3), 380–400.
- Sirota, M., Kostovičová, L. & Juanchich, M. (2014). The effect of iconicity of visual displays on statistical reasoning: evidence in favor of the null hypothesis. *Psychonomic bulletin & review*, 21, 961 – 968.
- Tversky, A. & Kahneman, D. (1974). Judgement under uncertainty: Heuristics and biases. *Science*, 4157, 185, 1124 – 1131.
- Yamagishi, K. (2003). Facilitating normative judgments of conditional probability: frequency or nested sets? *Experimental psychology*, 50(2), 97–106.