Solveig JENSEN, Osnabrück

Handlungsbasierte Begriffsbildung mithilfe einer Mathematischen Spielwelt – Analyse von Einsichten von Schulanfängern zur Zahlkonstruktion

Eines der Ziele am Treffpunkt für mathematisch-informatische Frühförderung („MIF“, Leitung: Prof. Schwank) ist, Kinder bei der Bildung eines Zahlverständnisses zu unterstützen, das die Zahlkonstruktion mit einschließt (vgl. z. B. Schwank 2013). Die Grundlage dafür bietet die von Dedekind (1969 [1888]) beschriebene Konstruktion durch die Nachfolgerbildung, die hier durch „+1“ repräsentiert wird. Um einen solchen „Zahlenkonstruktionssinn“ (Schwank 2013) zu unterstützen, werden Mathematische Spielwelten eingesetzt, bei denen Konstruktionsprozesse durch Figurenbewegungen dargestellt werden. Der Ausgangspunkt für die durchgeführte Studie war das beim Einsatz verschiedener Spielwelten beobachtete Problem, dass Kinder die von Figuren besuchten Plätze statt die Bewegungen dieser Figuren fokussieren (vgl. Brückel 2013, Schwank & Schwank, 2015). Eine mögliche Ursache dafür könnte sein, dass Bewegungen nicht dauerhaft sichtbar sind, Plätze markierende Objekte hingegen schon. Ein „Lopserzwerg“ wurde entwickelt, der von sich aus eine getaktete Bewegung macht. In der Spielwelt „Lopserland“ kann so auf Objekte größtenteils verzichtet werden, um die Kinder bei der Fokussierung von Prozessen zu unterstützen (vgl. Jensen 2015). Einmal Vorwärtslopsern repräsentiert „+1“, weil die Figur eine Bewegung mehr macht und dabei ihren Abstand vom markierten Start um ein immer gleiches Streckenstück vergrößert.

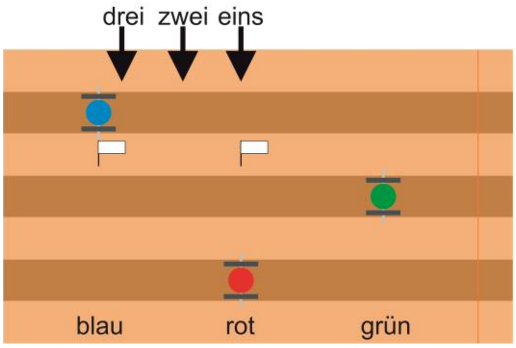
Die Spielwelt wurde in videografierten Spielstunden mit Schulanfänger(inne)n eingesetzt. Die Videos wurden u. a. zum folgenden Komplex von Fragestellungen untersucht: Erkennen die Kinder das Erzeugungsprinzip „+1“ in der Bewegung der Lopserzwerge? Können sie es in diesem Fall für Argumentationen bzgl. des Aufbaus des Zahlraumes nutzen? Welche Schwierigkeiten im Einnehmen der Prozesssicht lassen sich ausmachen?

Um die Erzeugungsvorschrift „+1“ zu fokussieren, wurden verschiedene Spiele gespielt, bei denen durch Fragen der Spielleiterin die vom Start zurückgelegte Lopseranzahl thematisiert wurde. Das Verständnis des Zusammenhanges zwischen Lopseranzahl und der Länge der zurückgelegten Strecke sollte so angesprochen werden. Angestrebt wurde auch, dass die Kinder auf der Bahn vorhandene Lopserzwerge als Orientierungspunkte nutzen. Durch den Vergleich zwischen Abständen der Lopserzwerge vom Start sollten Zahlbeziehungen behandelt werden.

In Institut für Mathematik und Informatik Heidelberg (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2016* (S. x–y). Münster: WTM-Verlag

Die den Fragestellungen zugeordneten Szenen wurden in drei Bereiche eingeteilt, die im Folgenden anhand von Beispielszenen (längere Fassungen in Jensen 2016) vorgestellt werden.

Konflikt zwischen Objekt- und Prozesssicht



Situation: Marcel hat den blauen Lopserzwerg vom Start achtmal lopsern lassen. Er wollte sich dafür am roten Zwerg orientieren, wusste allerdings nicht, wie oft er den blauen vom roten aus noch lopsern lassen muss. Um dies herauszufinden, hat die Spielleiterin (SL) beide Standorte mit Fähnchen markiert. Marcel tippt neben dem Fähnchen am roten Zwerg, zwischen beiden Fähnchen und hinter dem blauen Zwerg auf die Bahn und sagt dabei die Zahlworte eins bis drei (siehe Pfeile in Abb. rechts).

SL Mhm. Warum zählst denn du <u>hier</u> eins? *[zeigt auf das erste Fähnchen]*

Marcel Mmh, nee, da muss eins. *[zeigt ca. eine Lopserlänge nach dem ersten Fähnchen auf die Bahn]*

SL Mhm (warum?)

Marcel Und da muss zwei. Zwei Schritte musste der. *[zeigt mit dem Finger direkt hinter den blauen Lopserzwerg]*

SL Warum muss denn hier eins? *[zeigt mit dem Finger dorthin, wo Marcel eben hingezeigt hat]*

Marcel Weil da so macht der so *[fährt dabei mit dem Finger vom ersten Fähnchen bis ca. eine Lopserlänge danach die Bahn entlang und tippt danach noch mal auf den eben gezeigten Punkt]* (1 Sek.) so macht der da. *[stellt den blauen Zwerg auf Höhe des ersten Fähnchens und lässt ihn zweimal vorwärtslopsern]* Eins, zwei.

SL Mhm.

Marcel Drei. *[lässt noch einmal vorwärtslopsern]* Drei Schritte muss der.

Marcel weist hier auf Nachfrage seine Objektsicht zurück und bezeichnet den Ort ca. einmal Lopsern nach dem Fähnchen mit „eins“. Diese Bezeichnung führt er auf die Konstruktion des Abstandes durch die Lopserbewegung zurück und erkennt so den Erzeugungsprozess. Durch die Figur kann sein Blick auf die Bewegung gelenkt werden, wodurch er von der Fokussierung der Orte abrücken kann.

Gelungenes Erkennen und Nutzen der Erzeugungsvorschrift

Marcel erkennt, dass erst durch die Überwindung einer immer gleich langen Strecke die nächste mögliche Position des Lopserzwerges erreicht wird. Dies ist ein wichtiger Teil der Repräsentation der Erzeugungsvorschrift „+1“, durch die Orte auf der Lopserbahn sinnvoll als Zahlrepräsentation gedeutet werden können.

Annika zeigt ein weiteres Kennzeichen eines gelungenen Verständnisses. Sie hat einen Lopserzwerg vom Start aus achtmal vorwärts- und dann fünfmal rückwärtslopsern lassen und kommentiert das Ergebnis mit „Dann landet er aufer Drei“. Sie erklärt diese Bezeichnung wie folgt:

Annika Weil das ist der dritte Schritt. *[zeigt auf die Bahn direkt an den Rädern des roten Lopserzwerges]*

SL Okay.

Annika Von da *[zeigt auf die Startlinie]*, und da fängt man ja auch immer an.

Annika kann die Erzeugung „der Drei“ durch die Lopserzwergbewegungen angeben, ohne dass sie sie durchführen muss.

Schwierigkeiten

Henry möchte prüfen, ob ein Lopserzwerg wie gewünscht vom Start achtmal gelopsert ist. Er macht dafür mit dem Finger acht verschieden lange Bögen vom Start zum Zwerg. Die Spielleiterin versucht, die unterschiedliche Länge zu hinterfragen. Henry weicht zunächst aus. Dann zeigt er eine Vorstellung vom Lopsern, die vor allem die Drehung zu fokussieren

SL Kannst du noch mal schauen? *[legt den Zeigefinger an die Startlinie]* Kann das sein, dass der so lopsert? Guck mal. Kann das sein, dass der (.)

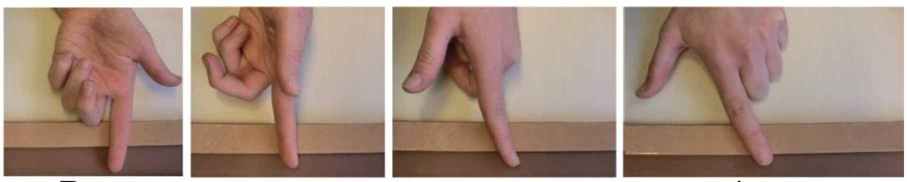
Henry *[legt seinen linken Zeigefinger an den Start]*

SL ... sooooo lopsert *[macht einen großen Bogen]* und dann so? *[macht einen sehr kurzen Bogen]*

Henry So lopsert der. *[dreht seinen Zeigefinger bis auf den Fingernagel]*

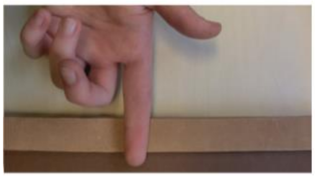
SL Mhm.

Henry So.



Drr- rrr- rrr- rk.

SL Aha. *[lächelt]*

Henry	Und dann wieder so 

und dann drrrrrk. *[wiederholt die Bewegungen bis zum Lopserzwerg]*

Henry weist die unterschiedlich langen Bögen nicht eindeutig zurück. Die Überwindung einer immer gleich langen Strecke wird zugunsten anderer Elemente der Bewegung (hier der Drehung) nicht als wesentlich erkannt. Andere Kinder stellen gar keine Verbindung mit der zurückgelegten Strecke her, was eine Identifikation der Strecke als Zahlrepräsentation schwierig macht.

Fazit und Ausblick

Lopserzwerge unterstützen den größeren Teil der untersuchten Kinder im Einnehmen einer Prozesssicht. Wichtige Aspekte, die für ein Verständnis der Konstruktion zu beachten sind, sind die Wahrnehmung der zurückgelegten Strecke und der dauerhaft aufrechterhaltene Bezug zur Startlinie als Ausgangspunkt der Konstruktion. Weitere Forschung sollte sich den Ursachen für einen fehlenden Zusammenhang zwischen der Länge einer zurückgelegten Strecke und der damit repräsentierten Zahl widmen, um daran anschließend Unterstützungsangebote entwickeln zu können.

Literatur

Dedekind, R. (1969 [1888]). *Was sind und was sollen die Zahlen?* Zweiter, unveränderter Nachdruck der zehnten Auflage. Braunschweig: Vieweg.

Jensen, S. (2015): Aufbau und Stärkung von Prozessvorstellungen zu Rechenprozessen bei Schulanfängern anhand einer Mathematischen Spielwelt. In: F. Caluori, H. Linneweber-Lammerskitten & C. Streit (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2015*. Münster: WTM-Verlag (S. 428–431).

Jensen, S. (2016): *Die Unterstützung einer Prozesssicht durch die Mathematische Spielwelt Lopserland – Analyse von Spielereignissen mit Schulanfängerinnen und -anfängern zu Zahlkonstruktion sowie Addition und Subtraktion.* Eingereichte Dissertation, Universität Osnabrück.

Schwank, I. (2013): Die Schwierigkeit des Dazu-Denkens. In: M. von Aster & J. H. Lorenz (Hrsg.). *Rechenstörungen bei Kindern: Neurowissenschaft, Psychologie, Pädagogik.* 2. überarbeitete und erweiterte Auflage (S. 93–138). Göttingen: Vandenhoeck & Ruprecht.

Schwank, I. & Schwank, E. (2015): Development of mathematical concepts during early childhood across cultures. In J. D. Wright (Hrsg.). *The International Encyclopedia of the Social and Behavioral Sciences. Second Edition* (S. 772–784). Oxford: Elsevier.