

## **Mathematisches Modellieren mit Lösungsplan aus Sicht von Schülerinnen und Schülern**

Modellieren spielt als eine der allgemeinen mathematischen Kompetenzen der Bildungsstandards eine wichtige Rolle im Mathematikunterricht. Allerdings stellt die Bearbeitung von Modellierungsaufgaben eine anspruchsvolle Disziplin für Lernende und Lehrende dar (Blum, 2006). Zur Kompetenz des Modellierens zählt unter anderem, die einzelnen Teilschritte im Modellierungsprozess ausführen zu können. Diese Fähigkeit wird als Teilkompetenz des Modellierens bezeichnet. Teilkompetenzen sind etwa das *Vereinfachen* der realen Situation, das Bilden eines mathematischen Modells durch *Mathematisieren* des realen Modells, *Mathematisch Arbeiten* innerhalb des mathematischen Modells, *Interpretieren* des mathematischen Resultats im realen Kontext sowie das *Validieren* des realen Resultats bzw. des gesamten Modellierungsprozesses (Kaiser et al., 2015). Jeder dieser Teilschritte kann eine mögliche kognitive Hürde für Schülerinnen und Schüler sein (vgl. Blum, 2007; Galbraith & Stillman, 2006), sodass in der fachdidaktischen Forschung Lösungshilfen für Modellierungsaufgaben diskutiert werden.

### **Mathematisches Modellieren mit strategischen Hilfen**

Ein Ansatz zur Unterstützung von Lernenden beim Modellieren ist der Einsatz eines „Lösungsplans“ bei der Bearbeitung von Modellierungsaufgaben. Dabei handelt es sich um ein strategisches Instrument, dessen Aufbau an den Teilkompetenzen des Modellierens orientiert ist. In jedem Teilschritt eines Lösungsplans werden strategische Hinweise gegeben. Es sind bereits verschiedene Varianten von Lösungsplänen bekannt, die sich unter anderem in der Anzahl der Schritte und den strategischen Hinweisen unterscheiden. Etwa wurde im Rahmen des DISUM-Projekts ein vierschrittiger Lösungsplan entwickelt (Blum, 2006). Studien zeigen, dass die Bereitstellung eines Lösungsplans für Schülerinnen und Schüler eine vielversprechende Lehr-Lern-Form ist (vgl. u.a. Greefrath, 2015; Schukajlow et al., 2010; Schukajlow et al., 2015).

An der Universität Münster wird seit 2015 im Projekt LIMo („Lösungs-Instrumente beim Modellieren“) der Einsatz eines fünfschrittigen Lösungsplans im Hinblick auf die Modellierungskompetenzen von Lernenden der Jahrgangsstufe 9 untersucht. Im Rahmen dieses Projekts wurde anhand theoretischer Überlegungen und bereits bestehenden Instrumenten ein Lösungsplan entwickelt, der die Schritte 1) *Verstehen und vereinfachen*, 2) *Mathematisieren*, 3) *Mathematisch arbeiten*, 4) *Interpretieren* und 5) *Kontrollieren* umfasst. Für eine Optimierung des Lösungsplans und dessen Verwendung

im Unterricht stellt sich die Frage, wie Lernende einen solchen Lösungsplan bei der Bearbeitung von Modellierungsaufgaben empfinden. Dazu ergeben sich für die vorgestellte Studie drei Forschungsfragen: (1) Wie beurteilen Schülerinnen und Schüler die Nützlichkeit des Lösungsplans? (2) Welche Teilschritte werden als hilfreich erachtet? (3) Wie geben Schülerinnen und Schüler an den Lösungsplan zu verwenden?

### **Interviewstudie zum Lösungsplan-Einsatz**

Um diese Fragestellungen zu untersuchen, wurde im Rahmen des Projekts LIMo eine qualitative Interviewstudie mit 13 Schülerinnen und Schülern der Jahrgangsstufe 9 eines Gelsenkirchener Gymnasiums durchgeführt. Zuvor bearbeiteten die Lernenden in einer vierstündigen Unterrichtseinheit Modellierungsaufgaben unter Einsatz des Lösungsplans, der in der ersten Stunde schrittweise eingeführt wurde. Die Durchführung der Interviews erfolgte mit Hilfe eines auf Grundlage der Forschungsfragen entwickelten Leitfadens.

Als Analysetechnik der zuvor transkribierten Interviews wurde die zusammenfassende qualitative Inhaltsanalyse nach Mayring (2015) gewählt. Anhand von Theorie, Forschungsfragen und Interviewleitfaden ergaben sich deduktiv drei Hauptkategorien: (1) *Nützlichkeit des Lösungsplans*, (2) *Aufbau des Lösungsplans* und (3) *Nutzung des Lösungsplans*. Beim Durcharbeiten des Datenmaterials wurden daraus induktiv Unterkategorien abgeleitet. Anhand eines Kodierleitfadens wurde schließlich das gesamte Datenmaterial kodiert und eine Themenmatrix erstellt.

### **Ergebnisse und Diskussion**

#### (1) Nützlichkeit des Lösungsplans

Die Erhebung zeigt, dass die befragten Schülerinnen und Schüler den Lösungsplan als allgemein hilfreich empfinden. Dies unterstreicht die Ergebnisse von Greefrath (2015). Dazu geben viele der Befragten an, das Schema sei vor allem für ein strukturiertes Vorgehen hilfreich, da die Vorgehensweise vorgegeben war und man zudem einen Überblick über die Aufgabebearbeitung hatte. Eine Schülerin merkt dazu an, die Aufgabebearbeitung sei „damit ein bisschen geordneter gewesen und seine Gedanken konnte man dann viel besser einteilen“. Der Lösungsplan wird von den Lernenden zwar größtenteils als zukünftig hilfreich erachtet und ist sogar als Merkzettel im Heft erwünscht, die meisten Probanden würden das Schema ihren Einschätzungen nach jedoch zukünftig vorrangig unterbewusst nutzen. Wie auch von Schukajlow et al. (2015) herausgestellt sollte die Nutzung eines Lösungsplans Schritt für Schritt abgebaut werden, sodass sich das Instrument schließlich überflüssig macht, wenn das Schema für Lernende bekannt ist.

## (2) Aufbau des Lösungsplans

Im Hinblick auf die Frage, welche Schritte im Lösungsplan als wichtig erachtet werden, nennen viele der Befragten das *Verstehen und vereinfachen* sowie das *Kontrollieren*. Eine Schülerin begründet: „Und das Kontrollieren fand ich halt auch gut, weil (...) dadurch hat man selber noch einmal über alles nachgedacht und sonst ist das immer so, ich mache die Aufgabe fertig und dann ist die für mich fertig. Aber dadurch, dass ich da noch einmal richtig darüber nachgedacht habe, habe ich mir so gedacht, vielleicht ist das und das noch falsch.“ Die Schritte *Mathematisch arbeiten* und *Interpretieren* werden dagegen nur von wenigen Befragten genannt. Dies liegt vermutlich daran, dass diese Teilschritte Tätigkeiten erfordern, die nicht unbedingt spezifisch für Modellierungsaufgaben sind. Die Ergebnisse in dieser Hauptkategorie lassen zudem vermuten, dass das *Kontrollieren* als eigener Schritt im Lösungsplan durchaus eine Bedeutung hat, da dieser von den Befragten größtenteils als wichtig erachtet wird. Dies lässt sich mit den Erkenntnissen von Blum (2007, S. 5) in Verbindung bringen, der gefordert hatte, das Validieren müsse explizit angesprochen werden, da Lernende dazu neigen, diesen Schritt auszulassen und die Zuständigkeit für die Richtigkeit der Lösung bei der Lehrkraft sehen.

## (3) Nutzung des Lösungsplans

Im Rahmen dieser Hauptkategorie wurden die Lernenden u.a. dazu befragt, ob sie die Reihenfolge der Schritte im Lösungsplan beachtet haben. Dazu äußern sich die Befragten unterschiedlich – ein Teil gibt an, die Reihenfolge beachtet zu haben, wohin der andere Teil bemerkt, die Reihenfolge nur bedingt verfolgt zu haben. Ein Schüler sagt, er hätte die Reihenfolge zwar beim Aufschreiben beachtet, sei jedoch gedanklich gesprungen. Das Überspringen sowie Auslassen einiger Schritte unterstreicht die Erkenntnisse aus der Forschung (vgl. u.a. Borromeo Ferri, 2006), denen zufolge die Lösungsprozesse aus der Realität nicht linear verlaufen würden. Auffällig ist hierbei, dass die meisten derjenigen, die angeben bedingt nach der Reihenfolge vorgegangen zu sein, das *Kontrollieren* als wichtigen Schritt im Lösungsplan erachten. Dies lässt vermuten, dass der Lösungsplan auch dann als metakognitives Instrument hilfreich sein kann, wenn Lernende nicht nach der dargelegten Schrittabfolge vorgehen.

## Zusammenfassung und Ausblick

Die Ergebnisse der Interviewstudie zeigen, dass sich die Probandengruppe insgesamt vorwiegend positiv zu dem fünfschrittigen Lösungsplan äußert. Hervorzuheben ist die Erkenntnis, dass insbesondere die für das Modellieren charakteristischen Schritte *Verstehen und Vereinfachen* sowie *Kontrollieren*

von den Befragten als wichtig erachtet werden. Die Erkenntnisse beruhen allerdings zunächst nur auf Vermutungen, die sich aus dieser qualitativen Studie mit einer relativ kleinen Probandengruppe ergeben. In einer quantitativen Interventionsstudie des LIMo-Projekts wird aktuell untersucht, welchen Einfluss der Einsatz dieses Lösungsplans auf die Entwicklung der Modellierungskompetenzen von Schülerinnen und Schülern der Jahrgangsstufe 9 hat. Der Fokus liegt dabei insbesondere auf Entwicklungen in den Teilkompetenzen. Ein Aspekt zukünftiger Arbeiten im Projekt LIMo wird es sein, die Erkenntnisse der Interviewstudie mit den quantitativen Ergebnissen der Interventionsstudie zu diskutieren.

## Literatur

- Blum, W. (2006). Modellierungsaufgaben im Mathematikunterricht – Herausforderung für Schüler und Lehrer. In Büchter, A. et al. (Hrsg.), *Realitätsnaher Mathematikunterricht – vom Fach aus und für die Praxis* (S. 8-23). Hildesheim: Franzbecker.
- Blum, W. (2007). Mathematisches Modellieren – zu schwer für Schüler und Lehrer? In *Beiträge zum Mathematikunterricht 2007* (S. 3-12). Hildesheim: Franzbecker.
- Borromeo Ferri, R. (2006). Theoretical and empirical differentiations of phases in the modelling process. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 38, 86-95.
- Galbraith, P. & Stillman, G. (2006). A framework for identifying student blockages during transitions in the modelling process. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 38(2), 143-162.
- Greefrath, G. (2014). Lösungshilfen für Modellierungsaufgaben. In I. Bausch et al. (Hrsg.), *Unterrichtsentwicklung und Kompetenzorientierung. Festschrift für Regina Bruder* (S. 131-140). Münster: WTM.
- Greefrath, G. (2015). Problem Solving Methods for Mathematical Modelling. In G. Stillman et al. (Hrsg.), *Mathematical Modelling in Education Research and Practice. ICTMA 16* (S. 173-183). New York: Springer.
- Kaiser, G., Blum, W., Borromeo Ferri, R. & Greefrath, G. (2015). Anwendungen und Modellieren. In R. Bruder et al. (Hrsg.), *Handbuch der Mathematikdidaktik* (S. 357-383). Heidelberg: Springer.
- Mayring, P. (2015). *Qualitative Inhaltsanalyse – Grundlagen und Techniken*. Weinheim: Beltz.
- Schukajlow, S. et al. (2010). Lösungsplan in Schülerhand: Zusätzliche Hürde oder Schlüssel zum Erfolg? In *Beiträge zum Mathematikunterricht 2010* (S. 771-774). Münster: WTM.
- Schukajlow, S., Kolter, J. & Blum, W. (2015). Scaffolding mathematical modelling with a solution plan. *ZDM Mathematics Education*, 47(7), 1241-1254.