Johannes BECK, Julius-Maximilians-Universität Würzburg, DE

# Ein Entwicklungsmodell zum Dokumentieren beim CAS-Einsatz – von einem deskriptiven Raster zu Beispieldokumentationen

Beim Einsatz von Computer-Algebra-Systemen als Werkzeug in Prüfungen ist es eine große Herausforderung für Schülerinnen und Schüler, wie sie ihre Lösungen dokumentieren sollen. Da keine algorithmischen Regeln oder Normen dafür existieren (vgl. Weigand, 2013), muss die „Dokumentationskompetenz" längerfristig entwickelt werden.

## Texte zur Kommunikation

Eine Lösungsdokumentation kann aus mathematikdidaktischer Perspektive als Text aufgefasst werden. Das wesentliche Merkmal von Texten ist dabei „die (schriftliche) Fixierung von Bedeutung" (Beck & Maier, 1996). Die Schülerinnen und Schüler werden beim Dokumentieren zu Textproduzenten. Der Zweck derartiger Dokumentationen ist es, die Kommunikation von mathematischen Inhalten, z.B. die Art und Weise, nachvollziehen zu können, mit der die Lösung zu einer Aufgabe gefunden wurde.

Kommunikationssituationen zeichnen sich, z.B. nach dem Modell von Jakobson (1960), durch einen Sender, einen Empfänger, einer Botschaft / Nachricht, einem Code, einem Kontakt / Kanal und einen Kontext aus. Bei schriftlicher Kommunikation sieht Busse (2015) die Situation als eingeschränkt an: zum Zeitpunkt der Textrezeption sind nur der Text selbst und der Empfänger beteiligt. „Man kann daher den Kern des Verstehens von Schrifttexten reduzieren auf die Zuordnung von Elementen des verfügbaren Wissens zu Elementen des Textes" (Busse, 2015, S.320). Den Lehrkräften obliegt die Aufgabe, die Schülerinnen und Schüler dazu zu befähigen, ihre Texte so zu gestalten, dass wenig Interpretationsspielraum gegeben ist.

## Lernprozess des Dokumentierens

Wie sich in verschiedenen Untersuchungen gezeigt hat (etwa Weigand 2013), haben Schülerinnen und Schüler Schwierigkeiten beim Dokumentieren und beim Benutzen von CAS. Der Lernprozess entfaltet sich im Zusammenspiel von Bedienfertigkeiten des Werkzeugs, dem mathematischen Verständnis und dem Dokumentieren von Mathematik. Die Entwicklung der Dokumentationskompetenz könnte in CAS-Klassen, in denen ein CAS als ständig verfügbares Werkzeug auch in Prüfungen eingesetzt werden darf, in drei Phasen gegliedert werden:

Novizen: Zu Beginn liegt der Fokus auf dem Erlernen des Umgangs mit dem Werkzeug. Dies geschieht an bereits bekannten mathematischen

Inhalten (z.B. lineare und quadratische Gleichungen lösen), aber auch an neuen mathematischen Inhalten (etwa trigonometrische Funktionen).

Fortgeschrittene: Im weiteren Lernverlauf ist es wichtig, darüber zu reflektieren, was es bedeutet, Mathematik mit dem Werkzeug zu betreiben. In diesem Sinne steht hier die Verbindung zwischen Mathematik und Werkzeug im Vordergrund.

Experten: Es ist das Ziel, dass Schülerinnen und Schüler Mathematik in komplexen Fragestellungen und Problemen anwenden können. Dabei nutzen sie das Werkzeug zielführend und können ihre Überlegungen und Argumentationen adressatengerecht dokumentieren.

## Den Lernprozess gestalten – mit Formative Assessment

Anknüpfungspunkte zur Gestaltung des Lernprozesses über die drei Stufen hinweg finden sich im *formative assessment*. Es handelt sich dabei um „the process of seeking and interpreting evidence for use by learners and their teachers to decide where the learners are in their learning, where they need to go and how best to get there. “ (ARG 2002). Formative Leistungsmessung wird oft auch „assessment for learning“ (ARG 2002) genannt und kann durch folgende fünf Typen von Aktivitäten charakterisiert werden (Black & Wiliam, 2009, hier in der Übersetzung nach Maier, 2010):

1. „Mit Lernenden über Ziele und Erfolgskriterien reden
2. Anspruchsvolle Fragen und Aufgaben stellen
3. Schülerleistungen nur mit Kommentaren bewerten
4. Bewertung durch Mitschüler und Selbsteinschätzung
5. Zentrale Tests und Klassenarbeiten formativ nutzen“

Gerade die Diskussion über Erfolgskriterien bei der Dokumentation könnte sich als besonders fruchtbar erweisen, denn schließlich geht es nicht darum, eine bestimmte Dokumentationsform für jede Aufgabe und jeden Aufgabentyp strikt einzuhalten, sondern um die Entwicklung der Fähigkeit, eine der Aufgabe, dem Zweck und dem Adressaten angemessene Dokumentation zu erstellen. So sollte sich im Klassenverband darüber ausgetauscht werden, welche Veränderungen ein CAS für den Mathematikunterricht eigentlich nach sich zieht. Ebenso könnte die bewusste und fokussierte kritische Auseinandersetzung mit Schülerdokumentationen aus derselben Klasse bzgl. Nachvollziehbarkeit und mathematischer Notation einen wichtigen Beitrag dabei leisten, die schriftliche Kommunikation von Mathematik zu thematisieren. Dass dabei die inhaltlich-mathematische Korrektheit nicht vernachlässigt werden darf, versteht sich von selbst.

## Deskriptive Kategorien als Grundlage für Beispiellösungen

Aus der Untersuchung von Schülerdokumenten aus dem Abitur (2014-2016) konnten Kategorien gewonnen werden, anhand derer die Elemente der Schülertexte beschrieben werden können (Beck 2016). Auf Grundlage dieser Kategorien wurden Beispiellösungen erstellt, die unterschiedliche Wege aufzeigen, wie dokumentiert werden kann. Dabei geht es nicht darum, die Dokumentationen auf eine bestimmte Art festzulegen, sondern im Gegenteil durch die Erklärung der Funktionen der einzelnen Elemente eine reflektierte, flexible Dokumentationskompetenz zu ermöglichen. Die Beispiellösungen richten sich zunächst an Lehrkräfte und können dann Grundlage für einen Austausch mit den Schülerinnen und Schülern über Ziele und Gestaltungsmöglichkeiten der Lösungsdokumentationen sein.

| **Schülerlösung** | **Alternative** |
|---|---|
| $ss(x) := \frac{d}{dx}\big(s(x)\big)$ | Ges.: Wendepunkt von $s$ |
| $sss(x) := \frac{d}{dx}\big(ss(x)\big)$ | Dazu s‘‘(x)=0 und VZW an der Stelle. |
| $solve(sss(x) = 0, x) \Rightarrow x = -5{,}10669$ | $solve(s“(x) = 0, x)$ liefert $x = -5{,}10669$. |
| $solve(sss(x) > 0, x) \Rightarrow x >$ " | Analog für $s“(x) < 0$ und $s“(x) > 0$ |
| $solve(sss(x) < 0, x) \Rightarrow x <$ " | $x \approx -5{,}1$ bleibt als x-Wert des WP erhalten |
| ⇒ an der Stelle $s$(-5,10669,)≈-5,0 ⇒ S(-5,10669 \| -5,0) ändert sich die Krümmung. | y-Wert: $s(-5{,}10669) \approx -5{,}0$ |
| | Der Wendepunkt von $s$ ist S(-5,1\|-5,0). |

**Tab. 1 – Schülerlösung und Alternative**

Folgende zwei Fragen zeigen exemplarisch, wie eine Reflexion der Dokumentation angeregt werden kann:

- Sind die mathematischen Ideen ersichtlich?
- Ist der Rechnereinsatz angemessen dokumentiert?

In der Schülerbearbeitung (Tab. 1) stehen fast nur Computerbefehle (Zeilen 1 – 5), die mathematischen Ideen (das Lösen der Un-/Gleichungen) treten eher in den Hintergrund. Das Abschreiben der solve-Befehle ist gegenüber den damit zu lösenden (Un-)gleichungen weniger wichtig. Daher könnte die Reflexion anhand der Fragen dazu führen, dass die Dokumentation eher wie in der Alternative (Tab. 1) erfolgt.

Während es für Novizen durchaus sinnvoll sein könnte, Rechnerbefehle und Tastenfolgen (wie etwa „Menü – 2 – 1 – 4“) zu notieren, sollte langfristig im Sinne einer gelingenden Kommunikation vermieden werden, Tastenfolgen zu dokumentieren, da diese nur von jemandem verstanden werden können, der das gleiche Gerät zur Verfügung hat. Eine Kommunikation von, mit und über Mathematik (Brenner 1994) sollte aber unabhängig von der Verwendung von Technologie sein.

## Literatur


ARG (2002). *Assessment for learning – 10 principles.* Assessment Reform Group. pdf retrieved from https://www.aaia.org.uk/blog/2010/06/16/assessment-reform-group/ [21.11.2016].

Beck, C., Maier, H. (1996). Zu Methoden der Textinterpretation in der empirischen mathematikdidaktischen Forschung. In Maier, H., Voigt, J. *Arbeiten zur interpretativen Unterrichtsforschung*. (S. 43 – 76). Köln: Aulis-Verlag Deubner.

Black, B., Wiliam, D. (2009). Developing the theory of formative assessment. In *Educational Assessment, Evaluation and Accountability*, 21(1), S. 5-31.

Brenner, M. (1994). A communication framework for mathematics: Exemplary instruction in mathematics. In McLeod, B. (Ed.), *Language and Learning: Educating linguistically diverse students*, (pp. 233 – 244). Albany: SUNY Press.

Busse, D. (2015). *Sprachverstehen und Textinterpretation. Grundzüge einer verstehenstheoretisch reflektierten interpretativen Semantik*. Wiesbaden: Springer.

Dreyfus, H., Dreyfus, S. (1991). *Künstliche Intelligenz. Von den Grenzen der Denkmaschine und dem Wert der Intuition*. Rowohlt: Reinbek bei Hamburg.

Jakobson, R. (1960). Linguistics and Poetics. In Th. A. Sebeok. *Style in Language* (S. 350-377). Cambridge, Mass.: MIT-Press.

Maier, U. (2010). Formative Assessment –Ein erfolgversprechendes Konzept zur Reform von Unterricht und Leistungsmessung? In: *Zeitschrift für Erziehungswissenschaften 13* (2), S. 293-308. DOI: 10.1007/s11618-010-0124-9

Weigand, H.-G. (2013). Tests and examinations in a CAS-environment – The meaning of mental, digital and paper representations. In Mariotti, M. A., Ubuz, B., Haser, Ç. (Eds.). *Proceedings of the Eight Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (S. 2764-2773). Ankara, Dortmund: Middle East Technical University; ERME.