

Die Jupitermonde als Zeitmesser – auf den Spuren Galileis

Dieser Artikel bespricht eine Modellierungsaufgabe zur Sinusfunktion. Dieses Projekt soll dazu dienen, Zusammenhänge zwischen räumlichen Bewegungen und deren Projektion auf die Ebene zu verinnerlichen. Ein weiterer Schwerpunkt liegt in der intensiven Schulung des räumlichen Vorstellungsvermögens und der Dynamik von Drehbewegungen.

Es wäre möglich, das Thema als motivierenden Einstieg in die Betrachtung trigonometrischer Funktionen zu nutzen. Dann müsste die Bearbeitung in Sequenzen unterteilt werden, welche durch theoretischen Input und Übungsphasen ergänzt werden sollten.

Auch ein Einsatz als Abschluss der Einheit zu den trigonometrischen Funktionen mit einer eher selbstständigen Bearbeitung ist sehr gut möglich. Allerdings sollten auch hier angepasst an die Lerngruppe die Sachverhalte im gemeinsamen Gespräch veranschaulicht und verstanden werden.

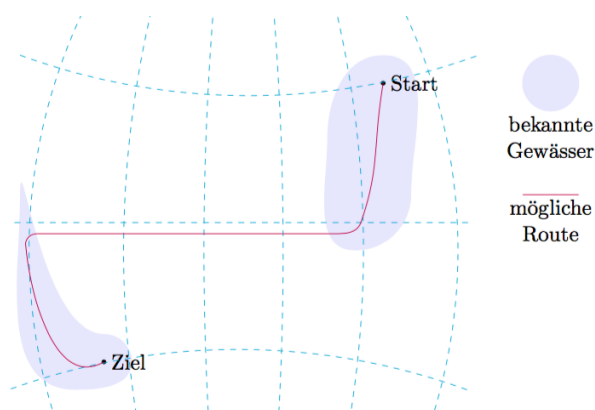
In der folgenden Beschreibung gehe ich davon aus, dass die Sinusfunktion und die Einflüsse der verschiedenen Parameter auf den Funktionsgraphen bekannt sind. Wichtig ist die Veranschaulichung des Sachverhaltes mit Hilfe eines Globus. Für den letzten Teil wird eine DGS (GeoGebra) benötigt.

Hintergrund

Galileo Galilei (1564 -- 1641) versuchte ab 1616 die Jupitermonde als Zeitmesser zu nutzen, um das Längengradproblem zu lösen.

In der Schifffahrt war es damals ausreichend genau möglich, den Breitengrad zu bestimmen – nicht jedoch den Längengrad. Man war also gezwungen, in unbekanntem Gewässern nur entlang von Breitengraden zu segeln. Solche Wege kosteten viel Zeit und verschärften die Ernährungsprobleme an Bord. Die Längengradbestimmung musste dringend verbessert werden.

Die damalige Grundidee der Messung bestand darin, die eigene Sonnenzeit (d.h. wenn die Sonne am höchsten steht, ist es 12 Uhr) mit der Greenwich-Zeit zu vergleichen. Allerdings gingen mitgenommene Uhren, die auf Greenwich-Zeit gestellt waren, durch Wellengang und Klimaschwankungen zu ungenau. Ziel war es, die Greenwich-Zeit unabhängig vom Ort zu messen. Dazu wollte



Galileo Galilei die Jupitermonde nutzen. Er versuchte die Position der Monde (in Abhängigkeit von der Zeit) vorherzusagen, um dann umgekehrt aus den beobachteten Positionen auf die Zeit zu schließen.

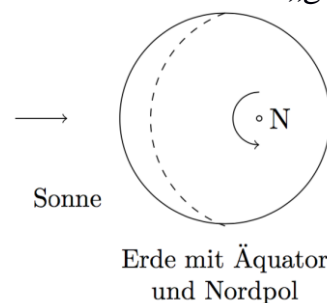
Einstieg - Längengradbestimmung durch Uhrzeiten

Wie könnte Galilei an dieses Problem herangegangen sein? Nun dazu müssen wir zunächst klären, wie Uhrzeiten überhaupt zur Längengradbestimmung genutzt werden können.

Bei der Betrachtung eines Globus und der Vorstellung „das Fenster sei die Sonne“ werden die Schülerinnen und Schüler schnell Orte identifizieren können, an denen es gerade 12 Uhr ist - die Sonne also in ihrem Zenit steht. Bei der Frage, wo gerade die Sonne aufgeht und wo sie untergeht, müssen wir schon die Erdrotation in unsere Überlegungen einbeziehen. In welche Richtung dreht sich die Erde? Die Sonne geht im Osten auf. Wenn sich folglich jemand an der Grenze zum Schatten befindet und die Sonne in Richtung Osten sieht, muss sich die Erde so weiterdrehen, dass diese Person die Sonne weiterhin sehen kann und nicht in den Schatten gedreht wird.

Festhalten können wir unsere Überlegungen z.B. durch folgende Aufgabe:

Wir schauen von „oben“ auf die Erde und beachten, dass die Erdachse „gekippt“ ist. Tipp: Benutze Deine Faust oder Federtasche als Erde. Markiere alle Orte rot, an denen die Sonne gerade aufgeht, blau, an denen die Sonne gerade untergeht, und gelb, an denen die Sonne gerade im höchsten Punkt steht.



Diese Erkenntnisse können wir nun mit den Uhrzeiten verknüpfen. An welchen der markierten Orte ist es jetzt (eigene Sonnenzeit) 12 Uhr? In wie vielen Stunden etwa wird es an den anderen markierten Orten 12 Uhr sein? Überprüfe zu gegebenen Orten die angegebenen Uhrzeiten. Zeichne zu angegebenen Uhrzeiten passende Orte ein.

Die Zeitdifferenz zur Greenwich-Zeit verrät uns die Längengrade. Der Nullmeridian geht durch Greenwich. Am Ort X werde es 6 Stunden früher als in Greenwich 12 Uhr. D.h. die Zeitdifferenz ist $t_X - t_G = 6h$. Liegt X östlich oder westlich von Greenwich? Welche geographische Länge gehört zu Ort X? Beachte dabei, dass 180° östliche Länge gleich 180° westlicher Länge ist. Diese Daten werden nun auch für andere Orte bestimmt.

Die Jupitermonde als Uhr

Wir wollen vorhersagen, wann welcher Mond wo ist. Dann könnten wir umgekehrt aus der beobachteten Position der Monde eine ortsunabhängige Uhrzeit bestimmen.

Gemeinsam kann besprochen werden, was wir von der Erde aus sehen können - nämlich lediglich die Projektion der Mondbewegung auf eine Ebene senkrecht zur Bewegungsebene des Mondes. Auf <http://www.sternenhimmel-aktuell.de/Jupitermonde.htm> werden regelmäßig aktuelle Ansichten des Jupiters mit seinen vier größten Monden gezeigt. Diese verdeutlichen sehr gut die Bewegung der Monde, so wie sie von der Erde aus zu sehen ist.

Bei der Frage, wie die Mondbewegung aussehen dürfte, wenn wir „von oben“ auf Jupiter sehen könnten, wird die Klasse sicherlich ohne größere Probleme bei einer annähernd kreisförmigen Bahn landen.

Falls einige Schülerinnen und Schüler die Vermutung äußern, dass die Monde sich evtl. auf Ellipsen bewegen, so ist dies natürlich korrekt. Im November 2016 war ja der „Supermond“ in aller Munde, welcher gerade wegen der nicht kreis- sondern ellipsenförmigen Umlaufbahn des Mondes zu seiner Vollmond-Zeit näher an der Erde war. Dies stellt natürlich die Frage, ob es ausreichend wäre, approximativ trotzdem mit einer Kreisbewegung zu rechnen? Wie genau können wir aus dieser großen Entfernung die Schwankungen des Bahnradius messen? Wie würde sich die von der Erde aus beobachtete Bewegung der Monde ändern, wenn sich die Monde beispielsweise auf sehr schmalen Ellipsen bewegen würden?

Eine quantitative Bearbeitung dieser Fragen ist natürlich in der Klassenstufe 10 nicht möglich. Aber qualitativ können wir herausarbeiten, dass sich ein Versuch der Modellierung durch Kreisbahnen sicherlich lohnt und wir später sehen werden, ob diese Modellierung ausreichend ist. Auf jeden Fall sollten die Annahmen zur Mondbewegung klar herausgearbeitet werden.

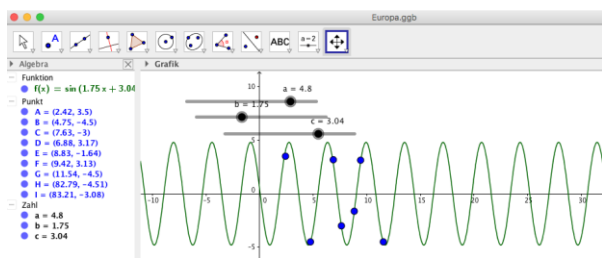
Die von uns gesehene Bewegung des Mondes im Laufe der Zeit lässt sich also durch die Sinusfunktion beschreiben. Falls es nicht schon erfolgt ist, sollte hier unbedingt die Sinuskurve mittels des Einheitskreises händisch gezeichnet werden. Schritt für Schritt stellen die Schülerinnen und Schüler eine Funktionsgleichung zur Positionsbestimmung eines Mondes in Abhängigkeit von der Zeit unter Zuordnung von Bahnradius, Umlaufzeit und Position zur Startzeit zu den einzelnen Parametern auf. Dafür ist es natürlich unbedingt erforderlich, dass der Einfluss der verschiedenen Parameter auf den Graphen der Sinuskurve bereits intensiv untersucht wurde.

Nun haben wir alle Werkzeuge zusammen, die wir benötigen, um tatsächlich die Positionen der Jupitermonde vorherzusagen.

Die Schülerinnen und Schüler können auf der Homepage <http://www.sternhimmel-aktuell.de/Jupitermonde.htm> die benötigten Daten sammeln. Sie sollten möglichst alle paar Stunden Screenshots der Homepage anfertigen, die Positionen der Monde und zur einheitlichen Skalierung auch die Größe des Jupiters messen und alle Längen durch diese teilen - so ist es egal, wenn die Screenshots verschiedene Größen haben.

Die Daten werden in einer Tabelle gesammelt und können nun für jeden Mond extra in ein Koordinatensystem in Geogebra eingetragen werden.

Anschließend werden für jeden Mond Sinusfunktionen mit veränderbaren Parametern erstellt und diese so angepasst, dass die Funktionen möglichst

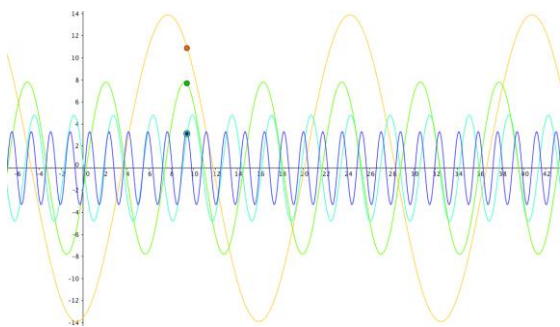


gut die gewonnenen Daten erfassen.

Wenn die ermittelten Funktionsgleichungen aller vier Monde nun gemeinsam in einem Koordinatensystem dargestellt werden,

können die Schülerinnen und Schüler versuchen, herauszufinden, zu welchen Zeitpunkten gegebene Screenshots aufgenommen wurden.

Sehr effektiv geht das, wenn auf einer Folie die skalierten Positionen von Jupiter und allen Monden farbig markiert werden und diese Folie dann entlang der x-Achse über die Funktionsgraphen geschoben wird, bis alle Punkte zugleich auf den zugehörigen Graphen liegen.



Es wird sich herausstellen, dass dies in einem Zeitraum von zwei Wochen sehr gut möglich ist. Aber schon bei Zeitspannen von zwei Monaten gibt es deutliche Abweichungen.

Die Ursache dafür können wir in der 10ten Klasse sicherlich nicht ausreichend modellieren aber zumindest diskutieren. Jupiter ist kein Fixstern. Auch er bewegt sich, so dass wir ihn nicht immer aus derselben Richtung sehen. Aber genau davon waren wir bei unserem Modell ausgegangen. Eine Verbesserung des Modells müsste also die Bewegungen von Jupiter und Erde mit beachten. Dies verdeutlicht sicherlich, dass die zwar kurzfristig sehr erfolgreiche Zeitmessung mithilfe der Jupitermonde langfristig das Problem der Längengradbestimmung zumindest damals nicht lösen konnte.