

Konzept und/oder Prozedur – Einsatz und Handhabung des Markenspiels nach Montessori bei der schriftlichen Division durch einstellige Divisoren

1. Zentrale Forschungsfrage, Sample und methodisches Design

An einem Unterrichtsbeispiel (Transkript¹) mit sieben Kindern aus einer jahrgangsgemischten Klasse (1.-3.) wird die Frage diskutiert, ob Einsatz und Handhabung des Markenspiels beim Erwerb eines konzeptuellen Verständnisses bei der schriftlichen Division durch einstellige Divisoren unterstützend wirken können. Als konzeptuelles Verständnis werden Einsichten in das Grundverständnis der Operationen Enthaltensein (Aufteilen) und Teilen (Verteilen) sowie in das Stellenwertsystem, des Weiteren die Erarbeitung eines Zahlensinns verstanden. Die schriftliche Division durch einstellige Divisoren wurde mit den Kindern bereits einmalig mit dem Goldenen Perlenmaterial von Montessori erarbeitet und nun fortgeführt.

2. Curriculare und theoretische Grundlagen

Curriculare Verortung: Im österreichische Lehrplan der Volksschule Mathematik (2012, S. 156) ist für die 3. Schulstufe der Grundstufe II das *Dividieren durch einstelligen Divisor (ohne und mit Rest)* vorgesehen.

Notwendige Vorkenntnisse: Schriftliche Divisionsaufgaben durch einstellige Divisoren können mit den beiden Grundvorstellungen des Enthaltenseins und des Verteilens gelöst werden. Nach Montessori geht es darum, „von einem Ganzen einige seiner Teile wegzunehmen oder es auf gleiche Teile zu verteilen“ (Ludwig 2012, S. 61).

Grundsätzlich werden Kenntnisse des kleinen Einsdurcheins und Einmaleins benötigt. Allerdings werden Aufgaben des Verteilens eher im Sinne der Division und Aufgaben des Enthaltenseins eher im Sinne eines multiplikativen Herantastens gelöst. Wenn vorausgesetzt werden kann, dass die Kinder das Verfahren der halbschriftlichen Division verstanden haben, kann auf die konkret handelnde Bearbeitung der Verteil-Aufgaben (Schipper, Ebeling, Dröge 2000, S. 119) verzichtet werden. Bei der rein rechnerischen, kontextunabhängigen Lösung der Teil-Division ist dann die Überlegung des Enthaltenseins für viele Kinder einfacher und naheliegender.

Des Weiteren stellt für Kinder, die das Einmaleins noch nicht vollständig auswendig wissen, die Möglichkeit des multiplikativen Herantastens an den

¹ Af (Lehrkraft weiblich); Sm (Schüler männlich); Sf (Schülerin weiblich)
Bei der Transkriptbearbeitung wird sequentiell vorgegangen.

Teil-Dividenden unter Ausnutzung operativer Beziehungen eine große Hilfe dar (Schipper, Ebeling, Dröge 2000, S. 117).

Österreichische Schreibweise:

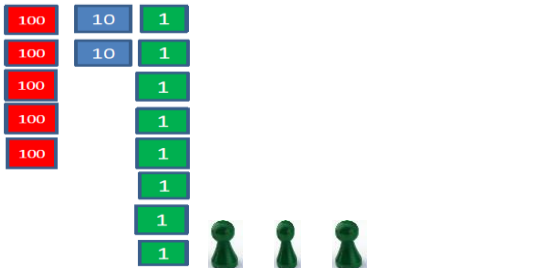
$528 : 3 = 176$ $\begin{array}{r} 22 \\ 18 \\ 0 \end{array}$	<p>Diese Schreibmethode geht mit erhöhten Anforderungen an das Kopfrechnen einher. Es werden nur noch die Differenzen notiert und nicht mehr die Produkte.</p>
--	--

In vielen österreichischen Schulbüchern des zweiten Schuljahrs werden unterschiedliche Schreib- und Sprechweisen für Verteilen und Enthaltensein eingeführt. Neun Birnen werden an drei Kinder verteilt: Schreibweise: 9 : 3. Neun Birnen werden in Dreierportionen aufgeteilt: Schreibweise: 3 in 9 (In-Sätzchen). Diese Sprech- und Schreibweise hat in Österreich Tradition und findet sich im österreichischen Lehrplan, in dem vom „Einsineins“ die Rede ist (2012, S. 149, 154).

Als Arbeitsmittel wird das Markenspiel verwendet. Zielsetzung ist die Einsicht in das Wesen des Dezimalsystems und das Üben der Grundrechenarten. Auf den Marken steht der jeweilige Wert (1, 10, 100, 1000). Die Farben repräsentieren die jeweiligen Stellenwerte. Für Divisoren werden Spielkegel in der entsprechenden Farbe verwendet.

3. Erste Ergebnisse und Deutungsversuche

Die Aufgabe lautet: $528 : 3$.

	<p>Die Zahl 528 wird mit den Marken aufgelegt (links 5 rote Hunderterplättchen, mittig 2 blaue Zehnerplättchen und rechts 8 grüne Einerplättchen). Für den Divisor werden 3 grüne Spielkegel (Einer) hingestellt, an welche das aufgelegte Material mit dem Wert 528 gerecht verteilt wird.</p>
---	---

Hinsichtlich der Umsetzung lässt sich festhalten,

1. dass zwar eine Abschätzung der Stellenanzahl des Quotienten vor Beginn der Rechnung eine Rolle spielt, der Überschlag an sich aber nicht.

Af: Werden wir Hunderter verteilen können? #00:04:59-7#

Sm1: Mhm. #00:05:01-1#

Af: Jawohl. Des heißt, wir werden eine Hunderterstelle beim Ergebnis haben, eine Zehnerstelle und eine Einerstelle. Auch da haben wir wieder des.#00:05:18-7#

Sm7: [nickt] #00:05:19-0#

Af: Auch, also auch da hamma wieder Hunderter, Zehner und Einer. # #00:05:24-2#

2. dass in den Transkripten beide Grundvorstellungen vorkommen: Enthaltensein im Sinne des multiplikativen Herantastens an den Teil-Dividenden (versprachlicht: *Wie oft passt, wie oft geht, ...? In-Sätzchen: 3 steckt in 5 ein*

Mal drin) und das Verteilen (versprachlicht: *Verteil bitte jetzt einmal die Hunderter*). Das Material wird im Sinne des Verteilens auf enaktiver Ebene verwendet, auf symbolisch-sprachlicher Ebene wird vorrangig die Grundvorstellung des Enthaltenseins verwendet.

Af: Sm2, verteil bitte jetzt einmal die Hunderter. [Sm2 verteilt] [...] Geht das? Kriegt jeder gleich viel? [Sm2 schüttelt Kopf] Also was wirst du jetzt machen müssen? Gib einmal jedem gleich viel [Sm2 legt] und die anderen 2 bleiben über. Die kömme nicht verteilen, ge? Das heißt, wir fangen bei den f-, beim Fünfer an zu verteilen. 3 bei den 5 Hundertern, 3 steckt in 5 ein Mal drin. Jeder hat einen Hunderter gekriegt, ja? Und wie viele Hunderter sind übrig? #00:06:30-6#

3. dass den Kindern nicht klar ist, wo die Hunderter, die Zehner und die Einer hinzuschreiben sind.

<p>1. Zeile $528 : 3 = 176$ 2. Zeile 22 3. Zeile $\underline{18}$ 0</p>	<p>Af: Und das is was i-, was ich letztes Mal bemerkt hab, was ihr noch immer nicht ganz versteht. Es müssen immer alle Hunderter auf der Hunderterstelle bleiben, alle Zehner auf der Zehnerstelle und alle Einer auf der Einerstelle. Und die Hunderter sind in der 1. Zeile aufgeteilt. Da werden die Zehner aufgeteilt und da werden dann die Einer aufgeteilt.</p>
---	---

4. dass sich beim Tauschen (H in Z, Z in E) der Marken verzählt wird.

5. dass den Kindern zum Teil nicht klar ist, was das Material (1 Z) mit der Rechnung und der festgelegten Schreibweise zu tun hat.

Af: Die sind alle untereinander die Zehner. Und was mach ma jetzt mit diesem Zehner? Weil wir nimmer da verteilen? #00:11:46-1#

Sm7: Wechseln? #00:11:46-8#

Af: Er ist gewechselt. [Sm7 legt] Okay. Und wie man sieht, haben wir jetzt nicht nur die 10 Zehner von ah die 10 Einer von den gewechselten Zehnern, sondern wir haben auch noch nächste Stelle 8 herunter. [schreibt es mit!] Und da her, nicht da her, [zeigt es] sonst hast ja da dann 228 stehen. Was soll das? Das hat keinen Bezug zur Rechnung, ge? Du musst es unbedingt da unten bei der Einerstelle, da bei der Einerzeile dazutun. Wennst es da herschreibst hast-hast, kannst nimmer weiterrechnen. Dann gehts nicht mehr. Und da haben wir jetzt genau die 18 Einer, die da stehen auch. Die liegen auch da. Ja? Und jetzt können wir wieder rechnen: 3 steckt in 18? #00:13:22-0#

6. dass nach ein paar wenigen Beispielen der Erarbeitung mit Material die Sprechweise im Sinne eines Algorithmus ohne Material eingeübt wird.

Af: Weil des ist ja die 1. Rechnung. Und ich sprech sie euch noch einmal vor und ihr schreibts es bitte mit, aber schreibts nicht vor, sondern schreibts es so langsam, wie ich es sage. #00:18:44-1#

Sf3: Mhm. #00:18:45-3#

Af: Ge? Also. Die Rechnung heißt 528 dividiert durch 3. 3 ist in 5 enthalten, (.) daher können wir Hunderter verteilen. Wir machen einen Hacken beim Fünfer. [SuS schreiben mit] Und wir werden 3 (.) Stellen beim Ergebnis haben. Hunderter, Zehner und Einer. Des stellt man immer vorher fest, weil des ist nicht immer so. Die werden dann a bissi schwieriger und dann ist man froh, wenn man des mit dem Stellenwert bestimmen kann. Gut. 3 ist 5 (.) 1mal enthalten. Stopp. Wo gehört des Ergebnis? #00:19:33-9#

Sf3: °Da.° #00:19:35-5#

Af: Ein Mal enthalten, 2 (.) Rest. Hunderterstelle. #00:19:42-8#
 Sm7: °()° #00:19:43-2#
 Af: Genau. 2 (.) Rest. (.) Nächs-. Du auch? [schaut zu Sm2] Ja da, na da gehört, ja da gehört der 2er hin, genau. Nächste Stelle 2 herunter. Nächste Stelle, hol sie runter die 2 Zehner, die noch übrig sind. [zu Sm2] #00:20:01-3#
 Sm2: °Wo?° #00:20:03-1#
 Af: Da schau. Da gehören sie. Ja genau, da runt-, da her, schau. [zeigt es Sm2] Der Zweier muss da herunter Sm2, genau. Weil du hast ja, () des (.) genau des haben wir ja da gemacht, nicht. Das wir die 2 Hunderter in Zehner verwandelt haben und die 2 Zehner noch dazu nehmen. Dann haben wir die 22 (.) Zehner verteilt. 3 steckt in 22 7 mal. Wo gehört der Siebener hin? #00:20:33-4#.....

7. dass die In-Sätzchen vermehrt mit der Divisionssprechweise vermenget werden (Bsp: 498 : 2)

Sm7: Weil ja 4 in 2 sch-, drinnsteckt. #00:22:11-4#
 Af: Genau, weil der 2er da drinnsteckt, also dann # #00:22:14-6#
 Sm7: 18 dividiert durch 2
 Af: Umdrehen. 2 dividiert durch 18; 2 dividiert durch 18
 Sm7: 2 dividiert durch 18;
 Af: 2 in 18 oder 18 dividiert durch 2. Ich red dann schon Blödsinn.

4. Diskussion

Führt die parallele Verwendung beider Grundvorstellungen mittels Material nicht eher zu Verwechslung als zur Klarheit, da die Handlung auf enaktiver Ebene (Verteilen) und die Sprachhandlung (Enthaltensein - „In-Sätzchen“) in den Grundvorstellungen nicht übereinstimmen?

Ist das Material geeignet und ermöglicht es gleichzeitig Handlungen und Vorstellungen im Sinne des Enthaltenseins und Verteilens?

Ist die Verwendung der österreichischen Kurzschreibweise sinnvoll, da es zu Schwierigkeiten bei der stellengerechten Notation kommt?

Steht vielleicht eher die Handhabung des Materials nach einem festgelegten Verfahren/einer festgelegten Sprechweise im Mittelpunkt?

Ist der hohe Schreibaufwand notwendig oder lässt sich auch im Kopf (mittels Zwischennotation) rechnen?

Ausblick: Wie sieht der Einsatz und die Handhabung von Montessori Material bei schriftlichen Divisionen mit zweistelligen Divisoren aus?

Literatur

- Lehrplan der Volksschule* (2012). Verordnung des Bundesministeriums für Bildung. BGBl. Nr. 134/1963 in der Fassung BGBl. II Nr. 303/2012 vom 13. September 2012.
 Ludwig, H. (Hrsg.) (2012). *Maria Montessori Gesammelte Werke. Psychoarithmetik*. Freiburg im Breisgau: Herder Verlag. S. 70-77.
 Schipper, Ebeling & Dröge (2000): *Handbuch für den Mathematikunterricht*. 4. Schuljahr. Braunschweig: Schroedel. S. 112-127.