

Komplexe Modellierung: Nachhaltigkeitsforschung mit Mathematik

Im Rahmen des CAMMP science Projekts forschen Schüler/innen mit mathematischen Methoden und Computereinsatz an Problemstellungen der Nachhaltigkeit von verschiedenen Firmen und einem Universitätsinstitut. CAMMP science ist ein von der Robert Bosch Stiftung gefördertes Kooperationsprojekt des Kaiser-Karls-Gymnasiums und des Lehr-Lern-Labors CAMMP für Mathematische Modellierung der RWTH Aachen. Mit dem Projekt sollen zwei Ziele verfolgt werden: Schüler/innen sollen zum einen für die gesellschaftlich höchst bedeutsame Nachhaltigkeitsthematik sensibilisiert werden und in dem Zusammenhang die Relevanz von Mathematik erfahren.

1. Problemstellungen zur Nachhaltigkeitsforschung als mathematische Modellierungsaufgaben

Die hier beschriebenen Modellierungsaktivitäten stehen in der Tradition der realistischen oder angewandten Modellierung (vgl. Kaiser, Sriraman 2006), denn die Problemstellungen stammen direkt aus der Forschung der beteiligten Firmen bzw. des Universitätsinstituts: Wie findet man eine optimale Spiegelaufstellung in einem linienfokussierenden Solarkraftwerk? (Novatec Solar GmbH) Wie kann man die Verkabelung der Heliostaten eines Solarturmkraftwerks optimieren? (TSK Flagsol) Wie lässt sich ein Einfamilienhaus kostengünstig ausschließlich durch erneuerbare Energie versorgen? (Bob AG, Aachen) Kann man mit Hilfe von Mathematik innovative Methoden zum Metallrecycling entwickeln? (AINT GmbH) Wie kann man die Energiegewinnung durch Biomasse zu steigern? (WSA, RWTH Aachen)

Aufgrund des hohen Realitätsbezugs und der gesellschaftlichen Relevanz von Nachhaltigkeitsthemen erfüllen die Problemstellungen die Anforderungen für authentische und relevante Modellierungsaufgaben (vgl. Maaß 2010). Bei der Entwicklung von Lösungen zu diesen Problemstellungen durchlaufen Schüler/innen die gemeinhin bekannten Schritte des frühen vierstufigen Modellierungskreislaufs nach Blum (1985) vielfach und nähern sich auf diese Weise einer optimalen Lösung immer weiter an. Charakteristisch für die im Rahmen des CAMMP science Projekts bearbeiteten Probleme ist der Einsatz des Computers beim Schritt des mathematischen Arbeitens, wie von Greefrath und Siller (2009) vorgeschlagen. Zur Beschreibung der Arbeit der Schülerinnen eignet sich in unseren Augen daher das Bild einer computergestützten Modellierungsspirale besonders gut (vgl. Abb. 1), wie sie ähnlich ohne den Aspekt des Computereinsatzes von Büchter und

Leuders (2005) vorgestellt wurde. Beim Durchlaufen wird die Spirale enger und steigt nach oben, d.h. man nähert sich einer optimalen Lösung gleich auf zwei Ebenen.

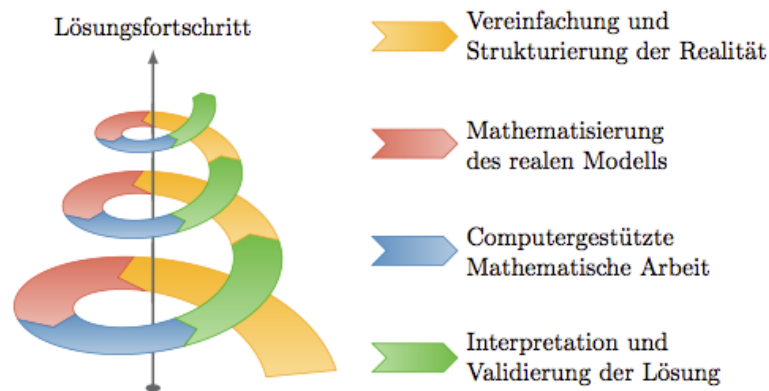


Abbildung 1: Computergestützte Modellierungsspirale

2. Projektablauf und organisatorischer Rahmen

Bei dem Projekt, welches im Zeitraum von Februar 2016 bis Juni 2017 mit ca. 120 Schüler/innen, fünf Lehrkräften und sieben Wissenschaftlern stattfand, wurde systematisch von einer Breiten- zu einer Spitzenförderung übergegangen. Zunächst nahmen alle Schüler/innen an einem Modellierungstag zur Optimierung der Spiegelaufstellung in einem Solarkraftwerk teil (vgl. Frank, Roeckerath 2012). Anschließend forschten insgesamt 14 interessierte Schüler/innen an einer der oben genannten Fragestellungen im Rahmen einer Modellierungswoche und einer anschließenden Forschungs-AG an der RWTH Aachen. Dabei wurden sie von Wissenschaftlern und Lehrkräften unterstützt und standen in Kontakt mit den Problemstellern. In einer repräsentativen Veranstaltung stellten sie ihre Ergebnisse vor und nahmen an den Wettbewerben Jugend Forscht und Bundes Umwelt Wettbewerb teil.

Initiiert wurde das Projekt vom Lehr-Lern-Labor CAMMP für mathematische Modellierung der RWTH Aachen (www.cammp.rwth-aachen.de). CAMMP steht für Computational and Mathematical Modeling Program. Im Rahmen von CAMMP werden Unterrichtsformate und –materialien zur realistischen mathematischen Modellierung entwickelt und angewandt sowie Lehrerfortbildungen und Lehramtsveranstaltungen angeboten.

3. Optimale Verkabelung eines Solarturmkraftwerks

Die Firma TSK FLAGSOL plant in Spanien und Afrika Solarturmkraftwerke zu bauen. Da solch ein Bau sehr teuer ist, wird nach Einsparungsmöglichkeiten gesucht. Ein bislang unbeachtetes Thema dabei ist die Verkabelung der Spiegel. Die Spiegel, sog. Heliostaten, reflektieren das Sonnenlicht auf

einen zentralen Absorber, der sich auf einem hohen Turm befindet. Die Ausrichtung der Heliostaten muss regelmäßig (etwa alle 10 Sek.) nachgestellt werden, da sich der Sonnenstand im Verlauf des Tages ändert. Die Heliostaten müssen also einerseits Daten über ihre Ausrichtung erhalten und andererseits mit Strom zur Ausrichtung versorgt werden. Die Schüler haben sich das ehrgeizige Ziel gesetzt eine optimale Verkabelung der Heliostaten für beliebige Solarturmfelder zu finden.

Für das Datenkabel müssen für die kostengünstigste Verkabelung alle Heliostaten auf minimalem Weg miteinander verbunden werden. Verzweigungen des Kabels sind nur innerhalb der Heliostaten erlaubt. In der Sprache der Mathematik bedeutet das, dass ein minimaler Spannbaum gesucht ist. Unter anderem versuchten die Schüler die Strategie: „Verbinde mit dem nächsten Nachbarn“. Ausgehend vom Solarturm wird dabei stets zum nächstliegenden noch nicht verkabelten Heliostaten verbunden (Abstandsberechnung im 2-dim. Raum) bis alle Heliostaten in einer langen Kette verbunden sind. Dieser Lösungsalgorithmus zeigt in der Simulation, dass einzelne unnötig lange Verbindungen entstehen. Im überarbeiteten Algorithmus wird dieses Problem gelöst und zusätzlich die Möglichkeit der Kabelverzweigung ausgenutzt. Dazu werden in jedem Schritt jeweils die beiden Heliostaten, die den kürzesten Abstand zueinander haben, miteinander verbunden, falls sie dies nicht schon über eine Kantenfolge sind. Die Schüler haben damit den Algorithmus von Kruskal (1956) „entdeckt“ und so den minimalen Spannbaum, d.h. die optimale (Daten-)Verkabelung der Heliostaten, gefunden (Siehe Abbildung 2, links).

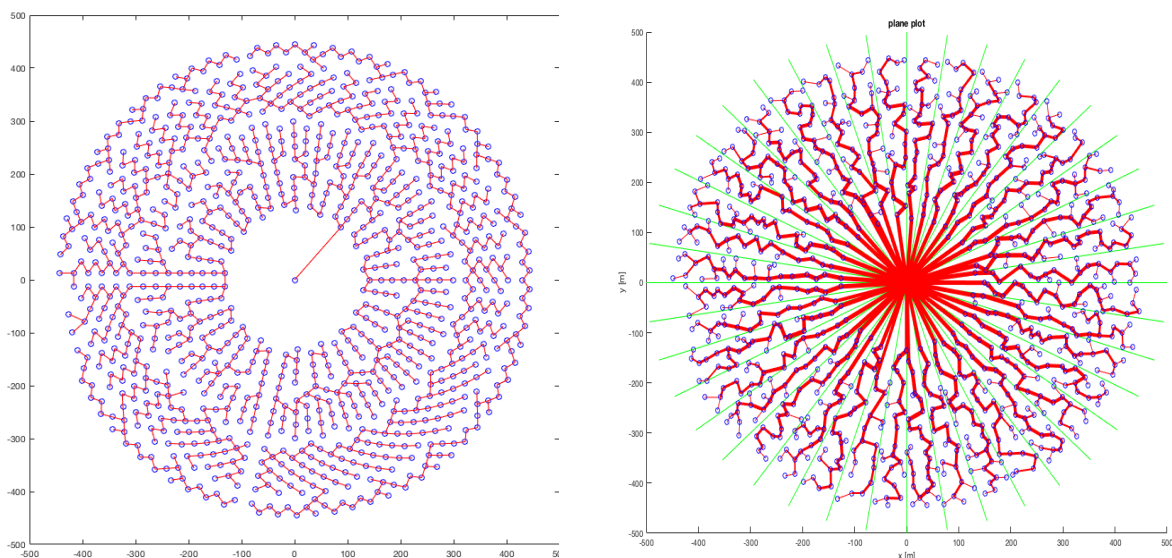


Abbildung 2: links. Optimale Verkabelung für das Datenkabel, rechts: Verkabelung des Stromkabels innerhalb von „Kuchenstücken“

Das Stromkabel hat die Besonderheit, dass sein Durchmesser mit der Anzahl der Heliostaten, die mit einem Stromkabel verbunden werden, wachsen muss. Dickere Kabel sind jedoch teurer, weshalb der minimale Spannbau nicht unbedingt die kostengünstigste (Strom-)Verkabelung liefert. Es muss nun die Verkabelung mit dem besten Verhältnis von Kabellänge und –dicke gefunden werden. Dazu teilten die Schüler das Feld „kuchenstückartig“ in Sektionen. Innerhalb jeder Sektion wurde wieder die Strategie des minimalen Spannbau (Algorithmus von Kruskal) angewandt (Siehe Abbildung 2, rechts). Anschließend wurde über die Anzahl der Sektionen optimiert. Es zeigte sich, dass bei 3 Kuchenstücken die Kosten minimal waren. Im Vergleich: Die Verkabelung sollte nach der Lösungsmethode der Firma bei 2,974 Mio. Euro liegen. Die Schülerlösung liegt bei „nur“ noch 2,423 Mio. Euro. Das entspricht einer Ersparnis von über 550.000 Euro.

4. Bewertung und Schülerstimmen

Die Schüler/innen beteiligten sich im Rahmen des Projektes ein Jahr lang an aktueller Nachhaltigkeitsforschung, standen dabei in Kontakt mit den Firmenvertretern und wurden von angewandten Mathematikern bei ihrer Arbeit unterstützt. Auf diese Weise sollten sie einen tiefgehenden Einblick in die Nachhaltigkeitsforschung erhalten und die Relevanz von Mathematik für Forschung und Gesellschaft erfahren. Das folgende Zitat von einer Schülerin weist auf eine in diesem Sinne erfolgreiche Durchführung des Projekts hin: „Nachhaltige Entwicklung zum Beispiel mit Modellen ist wichtig und Mathe hilft uns dabei.“

Literatur

- Frank, M. & Roeckerath, C. (2012). Gemeinsam mit Profis reale Probleme lösen. In: *Mathematik Lehren*, Heft 174, S. 59 - 61.
- Blum, W. (1985). Anwendungsorientierter Mathematikunterricht in der didaktischen Diskussion. *Mathematische Semesterberichte*, 32(2), 195–232.
- Büchter, A. & Leuders, T. (2005). *Mathematikaufgaben selbst entwickeln. Lernen fördern – Leistung überprüfen*. Berlin: Cornelsen Scriptor.
- Greefrath, G. & Siller, H.-St. (2009). Mathematical Modelling in Class Regarding To Technology. *CERME-post-conference-proceedings*, Lyon.
- Kaiser, G., & Sriraman, B. (2006). A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education. *ZDM*, 38(3), 302-310.
- Kaiser, G., Blum, W. & Schober, M. (1982). *Dokumentation ausgewählter Literatur zum anwendungsorientierten Mathematikunterricht*. Karlsruhe: Fachinformationszentrum Energie, Physik, Mathematik.
- Maaß, K. (2010) Classification scheme for modelling tasks. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 31(2): 285-311.