

Umgang mit potentiellen Denkweisen von Schülerinnen und Schülern bei Begründungsaufgaben: eine Herausforderung für Lehramtsstudierende

Forschungsinteresse

Die Beurteilung von Lernfortschritten und Leistungsproblemen erfordert diagnostische Kompetenzen, um nicht nur die inhaltlichen, sondern auch die prozessbezogenen Kompetenzen beurteilen und fördern zu können. Während Zusammenhänge zwischen den Fähigkeiten von erfahrenen Lehrenden und dem Unterrichtserfolg der Schülerinnen und Schüler bereits oftmals zum Gegenstand von Untersuchungen gemacht wurden (vgl. z.B. Baumert et. al., 2011), liegen zu den professionellen Kompetenzen von Lehramtsstudierenden kaum empirische Befunde vor.

Die Kompetenz, multiple Zugangsweisen zu mathematischen Sachverhalten zu ermöglichen, erscheint vor allem im Zusammenhang mit den Tätigkeitsfeldern des mathematischen Argumentierens, Begründens und Beweisens von großer Bedeutung. Dies liegt nicht zuletzt darin begründet, dass der Lösungsweg hier durch die festgesetzten Prämissen und Resultate von besonderem Interesse ist. Im Rahmen der vorliegenden Untersuchung sollen daher Kompetenzen von Lehramtsstudierenden hinsichtlich des Antizipierens von und des Umgangs mit potentiellen Denkweisen von Schülerinnen und Schülern anhand einer Begründungsaufgabe aus der Arithmetik betrachtet werden.

Design der Studie und Auswertungsmethodik

Die Untersuchungsaufgabe liegt einem Begründungszusammenhang zugrunde, der sich an einer bereits in der Videostudie „Unterrichtsqualität, Lernverhalten und mathematisches Verständnis“ (Klieme, Pauli & Reusser, 2009) verwendeten Aufgabe orientiert, deren Ergebnisse im Rahmen der Dissertation von Brunner (2013) veröffentlicht wurden. Die Textaufgabe fragt nach der Teilbarkeit einer Summe von vier aufeinanderfolgenden ungeraden Zahlen durch die Zahl acht. Für eine ausführliche Analyse sei an dieser Stelle auf Brunner (2013) verwiesen. Die Arbeitsaufträge b) und c) (vgl. Abbildung 1) bilden den eigentlichen Untersuchungsgegenstand.

Die Querschnittserhebung der Daten erfolgte in verschiedenen mathematikdidaktischen Veranstaltungen des Bachelor- und Masterstudiengangs für das gymnasiale Lehramt an der Universität Oldenburg. Die Anzahl von $N = 80$ Lehramtsstudierenden setzt sich aus $n = 36$ Bachelorstudierenden und $n = 44$ Masterstudierenden zusammen.

In einer 6. Klasse soll thematisiert werden, warum die Summe vier aufeinanderfolgender ungerader Zahlen immer durch acht teilbar ist. Die Lehrkraft entscheidet sich für folgenden Einstieg in die Aufgabe:

„Die Summe $13+15+17+19$ ist durch 8 teilbar. Gilt das für jede Summe von vier aufeinanderfolgenden ungeraden Zahlen?“

a) **Lösen Sie die Aufgabe.**

b) **Geben Sie Wege oder Ansätze an, die Schüler einer 6. Klasse bei dieser Aufgabe einschlagen könnten. Diese müssen dabei nicht zwingend zu einer tatsächlichen Lösung des Problems führen.**

c) Martha hat folgenden Ansatz: „Die Summe zweier ungerader Zahlen ist durch zwei teilbar. Also ist die Summe vier ungerader Zahlen durch vier teilbar und damit, da sie auch durch zwei teilbar ist, durch acht teilbar.“

Analysieren Sie die Schülerantwort auf Qualität des Ansatzes, Korrektheit und Nachvollziehbarkeit. Geben Sie Martha eine Rückmeldung zum Weiterarbeiten.

Abbildung 1: Untersuchungsaufgabe (variiert nach Pauli et. al, 2009)

Für die Untersuchung hinsichtlich der Antizipation von und des Umgangs mit potentiellen Denkweisen von Schülern wurde ein quantitativer, deskriptiver Zugang gewählt. Es soll also darum gehen, bestimmte Charakteristika in den Bearbeitungen der Studierenden zu einer Begründungsaufgabe aus der Arithmetik herauszustellen. Somit ist weniger das Entdecken von Erklärungen hinter den Bearbeitungen, sondern das Herausstellen bestimmter Merkmale der Schwerpunkt der Auswertung. Um dennoch möglichst detailreiche und umfangreiche Informationen aus den Daten zu erhalten, wurde ein offenes Antwortformat des Erhebungsinstruments gewählt. Die offenen Antworten wurden dabei einer strukturierenden Inhaltsanalyse (vgl. Mayring, 2010) unterzogen. Im Falle der Antizipationen von Schülerantworten wurde das Kategoriensystem induktiv gebildet. Um Prozesse der Analyse der Schülerantwort zu rekonstruieren, werden einerseits induktive Kategorien andererseits aber auch die von Philipp und Leuders (2014) identifizierten Arbeitsschritte eines Diagnoseprozesses als deduktives Kategoriensystem angelegt.

Antizipation von Schülerantworten

Hinsichtlich der Antizipationen von Lehramtsstudierenden bezüglich potentieller Denkweisen von Lernenden lässt sich feststellen, dass sich die antizipierten Ansätze durch einen stark dominierenden Anteil von 76% nichtziel-führender Ansätze auszeichnen. Dabei zieht sogar knapp über die Hälfte der Studierenden *ausschließlich* nichtzielführende Ansätze in Betracht.

Als zielführende Lösungsideen konnten insgesamt vier sich im Grundgedanken unterscheidende Ansätze aus den Bearbeitungen rekonstruiert werden, die folgende Kernargumente enthielten:

- Kernargument 1: „Die Summe ist immer gleich dem Vierfachen einer geraden Zahl (der Mittelzahl) und somit durch acht teilbar.“
- Kernargument 2: „Die in der Folgesumme hinzukommende Zahl ist um acht größer als die wegfallende.“

- Kernargument 3: „Jeder Summand wird in der Folgesumme um zwei größer, also das Bündel aus zwei Zahlen um vier und die gesamte Summe um acht größer.“
- Kernargument 4: „Addiert man die beim Teilen durch acht entstehenden Reste der einzelnen Summanden, dann ergibt die Summe der Reste stets 16. Da 16 durch acht teilbar ist, ist jede Summe von vier aufeinanderfolgenden ungeraden Zahlen durch acht teilbar.“

Zunächst lässt sich mittels dieser Kategorien feststellen, dass von den Studierenden durchschnittlich $M_B = 3.03$ Begründungen ($SD_B = 1.09$) antizipiert werden, wobei darin durchschnittlich $M_A = 1.54$ Kernargumente ($SD_A = .762$) auftauchen. Weiterhin ist auffällig, dass in den Antizipationen das Kernargument 1 – und somit das gleiche wie im Großteil der eigenen Lösungsansätze der Studierenden – am häufigsten enthalten ist. Es zeigt sich also, dass nicht nur das Erdenken möglicher (zielführender) Ansätze auf Schulniveau eine Schwierigkeit für die Studierenden darstellt, sondern insbesondere das Antizipieren im Kern verschiedener Begründungen. Dabei ließen sich weder in der Art noch in der Anzahl der Antizipationen bzw. der in den Antizipationen enthaltenen Kernargumente signifikante Unterschiede hinsichtlich der Antizipationsfähigkeiten von Bachelor- und Masterstudierenden feststellen. Darüber hinaus werden primär Begründungen antizipiert, die sich aufgrund der Art ihres Argumentationsansatzes durch einen geringen Abstraktionsgrad charakterisieren lassen und dadurch besonders anschaulich sind.

Analyse der Schülerlösung

Im Umgang mit der fehlerbehafteten Schülerlösung lässt sich feststellen, dass sich Prozesse einer Diagnose nach Philipp und Leuders (2014) in unterschiedlichen Häufigkeiten in den Bearbeitungen der Studierenden wiederfinden lassen. Während der Gedankengang der Schülerin mit knapp 89% zwar vom Großteil der Studierenden nachvollzogen wird, wägt nur etwa die Hälfte mögliche Gründe für die Fehler in der Argumentation ab und ca. ein Viertel geht nicht auf die Korrektheit der Argumentationsschritte ein. Es zeigt sich also eine gewisse Oberflächlichkeit in der Betrachtung der Schülerantwort. Die Rückmeldungen stützen diesen Eindruck, da diese sich ebenfalls vorwiegend durch eine geringe Bezugnahme auf den Ansatz der Schülerin charakterisieren lassen, wobei nur in etwa 14% der Rückmeldungen beide Fehler im Ansatz der Schülerin aufgedeckt werden.

Weiterhin auffällig ist, dass die Studierenden sich recht schnell mit der eigenen Deutung des Gedankengangs der Schülerin zufriedengeben, was sich nicht zuletzt darin zeigt, dass nur etwa 56% in Betracht ziehen, dass die

Schülerin etwas anderes gedacht haben könnte, als vermutet. Darüber hinaus deutet niemand der Studierenden an, überprüfen zu wollen, ob der vermutete Fehler der Schülerin ihrem tatsächlichen Gedankengang entspricht.

Fazit und Ausblick

Insgesamt konnte durch die Untersuchung gezeigt werden, dass das Antizipieren potentieller Denkweisen von Schülerinnen und Schülern und der Umgang mit einer Schülerlösung tatsächlich eine Herausforderung für Lehramtsstudierende darstellt. So weisen die Ergebnisse darauf hin, dass es sowohl den Bachelor- als auch den Masterstudenten schwerfällt, verschiedene, inhaltlich-anschauliche Begründungsansätze zu erdenken. Dass nur in etwa einem Drittel der Bearbeitungen beide Fehler der Schülerin erkannt werden, wobei der Anteil an Masterstudierenden hier deutlich über dem der Bachelorstudierenden liegt, zeigt, dass das Erkennen inhaltlicher Fehler bei Schülern in komplexen Aufgabenszenarien keine Selbstverständlichkeit für Studierende darstellt.

In einem nächsten Schritt können nun aufbauend auf diesen Erkenntnissen nicht ausschließlich die theoretischen Kompetenzen, sondern auch die praktischen Fähigkeiten der Studierenden in den Blick genommen werden. Dabei kann untersucht werden, wie sich das Antizipieren von Schülerdenkweisen auf die Unterrichtsplanung und den praktischen Umgang mit Schülerantworten im Unterricht auswirkt.

Literatur

- Baumert, J., Kunter, M., Blum, W., Klusmann, U., Krauss, S. & Neubrand, M. (Hrsg.) (2011). *Professionelle Kompetenz von Lehrkräften. Ergebnisse des Forschungsprogramms COACTIV*. Münster: Waxmann.
- Brunner, E. (2013). *Innermathematisches Beweisen und Argumentieren in der Sekundarstufe I*. Münster: Waxmann.
- Klieme, E., Pauli, C., & Reusser, K. (2009). The Pythagoras study. In T. Janik & T. Seidel (Hrsg.), *The power of video studies in investigating teaching and learning in the classroom* (S. 137-160). Münster: Waxmann.
- Mayring, P. (2010). *Qualitative Inhaltsanalyse* (11. Aufl.). Weinheim: Beltz.
- Philipp, K., & Leuders, T. (2014). Diagnostische Prozesse und Ressourcen von Mathematiklehrpersonen. (J. Roth, & J. Ames, Hrsg.) *Beiträge zum Mathematikunterricht*, S. 891-894.