

Das „Organum mathematicum“: historisches Unterrichtsmaterial im zeitgemäßen anwendungsorientierten Mathematikunterricht

Der Einsatz der Geschichte der Mathematik im aktuellen Schulunterricht der Primar- und Sekundarstufe lohnt nicht nur hinsichtlich einer Einbettung der häufig auch in den Lehrbüchern thematisierten „großen Schöpfer“ wie Thales von Milet oder Adam Ries. Gerade auch in den Arbeiten von zahlreichen weniger bekannten Mathematikern der Vergangenheit finden sich lohnende Ansätze, die zu einem aktiven Umgang und zu einer intensiven Auseinandersetzung mit Mathematik einladen. Dies soll im folgenden Beitrag am Beispiel des „Organum mathematicum“, ein vom Jesuitenpater Athanasius Kircher (1602–1680) entwickeltes historisch-mathematisches Hilfsmittel, für verschiedene Stellen des Mathematikcurriculums kurz aufgezeigt werden. Exemplarisch werden dabei die sehr anschaulichen historischen Ausführungen zum Festungsbau genutzt.

1. Mathematikgeschichte als Ziel und Werkzeug im zeitgemäßen Mathematikunterricht

„Es gibt keine Mathematik ohne ihre Geschichte“ (Scriba 1983, S. 114). Diesem Sachverhalt kann kaum widersprochen werden und die mathematikdidaktischen Diskussionen und Beiträge der letzten Jahre lassen Bestrebungen erkennen, dass ihm im gegenwärtigen Mathematikunterricht zunehmend mehr Bedeutung beigemessen wird.

Ein aktueller Ansatz in der internationalen Diskussion zum Einsatz von Mathematikgeschichte im Unterricht stellt die Sichtweise dar, die Einbettung der Historie tendenziell vorrangig als Ziel (*history as a goal*) bzw. als Werkzeug (*history as a tool*) im Unterricht anzusehen (Jankvist 2009). Ersteres orientiert auf die Einsicht des eigenen Bildungswertes der Mathematikgeschichte, dass also mathematischen Ideen, Begriffe und Techniken aus konkreten Fragen entstanden sind. Der Blick in die Vergangenheit macht dabei nicht nur fundamentale Ideen und Strategien im Erkenntnisprozess sichtbar, sondern zeigt Lösungsansätze und damit einhergehende Probleme auf. Die zweite Herangehensweise beschreibt die Verwendung historischer Kontexte in Aufgaben, um etwa bei den Lernenden die Motivation zu fördern, sich mit bestimmten inhaltlichen oder methodischen Aspekten des „normalen“ Mathematikunterrichts zu beschäftigen. Wenngleich vorrangig häufig einer der beiden Interessenstränge besonders betont wird, sollten historische Inhalte im Unterricht zum Ausschöpfen ihres Potenzials weder reiner Selbstzweck sein, noch ohne einen geeigneten Einbettungsrahmen thematisiert werden.

Nur dann wird die Mathematik als eine alte Kulturtechnik erlebbar und zugleich als eine sich entwickelnde Wissenschaft begreifbar, die ein immanenter Bestandteil der menschlichen Kultur ist.

2. Das „Organum mathematicum“ als historisch-mathematische Quelle

Beim „Organum mathematicum“ aus dem Jahr 1661 handelt es sich um ein historisches Lehrmittel zur Mathematik – einen Holzschrein mit 10 verschiedenen Fächern zu unterschiedlichen mathematischen Disziplinen: Arithmetik, Geometrie, Festungsbau, Kirchliche Zeitrechnung, Sonnenuhren, Astronomie, Astrologie, Geheimschriften (in zwei Fächern) und Musik. Es beinhaltet für jeden Themenbereich verschiedene Hilfstäfelchen aus Holz. So sind etwa im Arithmetikfach unter anderem Napierstäbchen als Multiplikationshilfen enthalten. Schon damals sollten „die Materialien [...] dazu verhelfen, sich die Mathematik durch konkretes Handeln anzueignen“ (Vollrath 2001, S. 116) – ein Prinzip, dem auch in der aktuellen Mathematikdidaktik nachdrücklich Rechnung getragen wird.

Ein besonders Interesse verspricht unter geometrischem und anwendungsorientierten Blickwinkel das dritte Fach des „Organum mathematicum“ zum Festungsbau. Es enthält Hilfstäfelchen zur Konstruktion von Festungs-Bauwerken und ist damit der konstruierenden Geometrie zuzuordnen. Konkret handelt es sich dabei um verschieden-farbige Täfelchen (rot für die Ebene, weiß für den Raum), die Eigenschaften von regelmäßigen n -Ecken enthalten, entweder für die Kategorisierung der Polygone über enthaltene Streckenlängen (Seiten, Diagonalen, Teilfiguren,...) oder Winkel bzw. Teilwinkel. Insgesamt gibt es bei den Seiten zehn, bei den Winkeln neun Angaben, jeweils vom Quadrat bis zum regelmäßigen Zehneck (vgl. Schott 1668, S. 240ff.).

Die Handhabung der Täfelchen – auch im heutigen Mathematikunterricht – ist einfach und macht das Potenzial dieses Hilfsmittels deutlich. Entsprechend der Festung, die konstruiert werden soll, wird ein Täfelchen des zugrunde liegenden n -Ecks ausgewählt und die Größen der einzelnen Seiten und Winkel problemlos abgelesen. Um das Festungspolygon im Grundriss zu konstruieren, bedarf es der Anfertigung einer geeigneten Maßstabsskala, aus der die dem jeweiligen Teil des Polygons entsprechenden Zahlen übertragen werden.

Als kleine zu beachtende Herausforderung für den konkreten Einsatz im Mathematikunterricht sollte eine Hilfe zur Übersetzung und ggf. kurzen Erläuterung der im „Organum mathematicum“ verwendeten lateinischen Begriffe für die Lernenden bereitstehen.

3. Ansätze zur Umsetzung für Primar- und Sekundarstufe

Eine Einbeziehung der mathematik-historischen Quelle des „Organum mathematicum“ kann gemäß der obigen Betrachtungstendenzen gleichsam als *Ziel* und *Werkzeug* im Unterricht stehen, wobei Letzteres in den folgenden Anregungen zum Einsatz der historischen Grundlage als Initiierung eines motivierenden, aktiven und selbstgestalteten problemorientierten Arbeitens zugunsten der Bedeutung des „Organum“ als sehr fortschrittlicher frühneuzeitliches Unterrichts-Hilfsmittel deutlich im Vordergrund steht. Dabei bieten sich für verschiedene Klassenstufen unterschiedliche Zielsetzungen eines sinnvollen Einsatzes an.

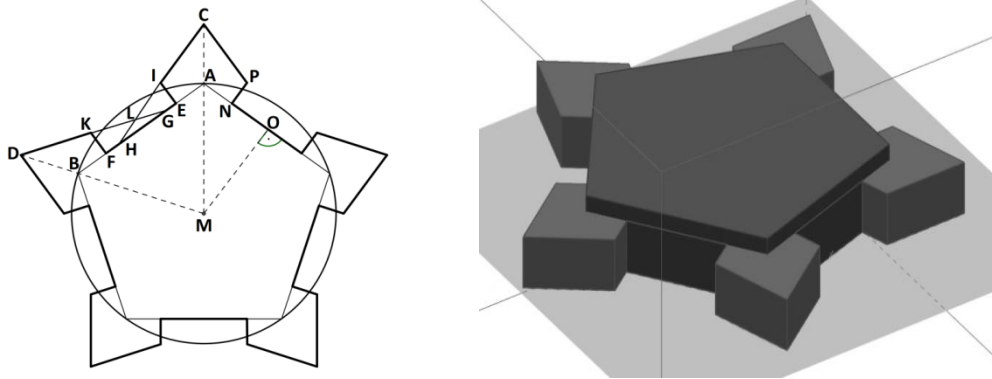
Primarstufe: motivierend-enaktive Feldkonstruktion mit Seil und Maßband

Für Lernende am Ende der Primarstufe können vereinfachte Konstruktionsprinzipien gelten, wobei statt mit Zirkel und Lineal in einem handlungsaktiven, selbsttätigen praktischen Feldversuch mit Maßband, Schnur und Kreide gearbeitet werden kann, wobei dennoch eine angemessene Exaktheit gegeben ist (vgl. Krohn/Schöneburg 2017). Auf diese Weise kommt es lediglich zur Anwendung folgender elementaren Grund- und Standardkonstruktionen: 1) Zeichnen der ebenen Figuren Kreis und regelmäßige n-Ecke mit vorgegebenen Maßen und 2) Abtragen von Streckenlängen, Verbinden von Punkten, Errichten einer Senkrechten, was bereits mit den Kenntnissen der Primar-schulgeometrie umsetzbar ist (Franke/Reinhold 2016).

Sekundarstufe I: Konstruktion mit Zirkel und Lineal, DGS-Einsatz und kritisches Bewerten des Konstruktionsproblems und dessen Lösungsschritte

Um die speziellen Charakteristika der Konstruktion von Kreisen, n-Ecken, besonderen Punkten und Geraden vollständig auch mathematisch zu erfassen und später auch weiterführende Berechnungen zu Flächen etc. zu führen, sind mathematische Unterrichtsinhalte der Sekundarstufe 1 (gewöhnlich aus den Klassen 5–7) nötig. Dabei erlaubt neben der händischen Blattkonstruktion auch die Vielseitigkeit von Dynamischen Geometriesystemen (DGS) interessante Bearbeitungsaspekte: So lassen sich gezielt vorgefertigte Module nutzen, um grundlegende (und bekannte) Konstruktionen zu vereinfachen und den Stellenwert auf das Entdecken – ermöglicht durch die umfangreichen Vorgaben – verschiedener Möglichkeiten der Konstruktion von besonderen Punkten, Geraden und Figuren innerhalb der Anfertigung des Grundrisses zu lenken und die Effizienz verschiedener Herangehensweisen kritisch zu diskutieren. Weiterführende Berechnungen beispielsweise zu Flächeninhalten ergeben sich durch DGS-Einsatz gleich „nebenbei“.

Sekundarstufe I und II : von der Ebene in den Raum, Modellierung des Materialverbrauchs einer realen Festungsanlage



**Schematische Darstellung einer Festung (Grundriss und 3D-Modell) mit 5 Bastionen
(GeoGebra, nach Anregungen in Schott 1668, S. 243)**

Schließlich lässt sich der Übergang von der Ebene zum Raum, ggf. sogar unter Einbeziehung der bislang nicht verwendeten weißen Tafelchen des „Organum mathematicum“, auch mittels DGS simulieren, wenngleich die Konstruktion hier unverkennbar anspruchsvoller wird. Volumensberechnungen ermöglichen ferner erste Rückschlüsse auf den Baumaterialverbrauch einer (Voll-) Festungsanlage, wobei präzisere Aussagen zu Mauerdicke und damit verbundenem Steinverbrauch eine nicht triviale und recht offene Aufgabe mit Modellierungsansätzen beinhalten und sich für die Lernenden der Kreis zum real-praktischen Phänomen einer wirklichen Festungsanlage der Frühen Neuzeit in Europa schließt.

Literatur

- Franke, M./ Reinhold, S. (2016): *Didaktik der Geometrie in der Grundschule*, 3. Auflage. Berlin, Heidelberg: Springer Spektrum.
- Krohn, T./Schöneburg, S. (2017): Festungsbau in der Theorie des 17. und der (Schul-) Praxis des 21. Jahrhunderts. In Reinhold, S./ Liebers, K. (Hrsg.) (2017): *Mensch – Raum – Mathematik: Historische, reformpädagogische und empirische Zugänge zur Mathematik und ihrer Didaktik* (in Vorbereitung).
- Jankvist, U. T. (2009): A categorization of the “whys” and “hows” of using history in mathematics education. In *Educ. Studies in Math.* Vol. 71, Issue 3, S. 235–261.
- Schott, C. (1668): *Organum mathematicum libris IX. explicatum*. Würzburg: Endter.
- Scriba, Ch. J. (1983): Die Rolle der Geschichte der Mathematik in der Ausbildung von Schülern und Lehrern. In *DMV - Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung*. 85. Band, Heft 3, Stuttgart: Teubner.
- Vollrath, H.-J. (2001): *Das Organum mathematicum – Athanasius Kirchers Lehrmaschine*. www.history.didaktik.mathematik.uni-wuerzburg.de/vollrath/papers/089.pdf