

Kognitive Effekte der Mengenrepräsentation auf die Verarbeitung subsymbolischer Stellenwerttafeln

Virtuelle interaktive Stellenwerttafeln, bei denen die Einheiten nicht-symbolisch durch Punkte dargestellt werden, bieten einen neuen handlungsorientierten Zugang zum Erlernen von Stellenwertsystemen und dem Prinzip der Bündlung in Zehnern (siehe z. B. Ladel & Kortenkamp, 2013). Durch die starke Verbreitung mobiler Endgeräte lässt sich dieses didaktische Instrument leicht realisieren und einer größeren Gruppe von Lernenden zur Verfügung stellen. Ein Beispiel hierfür stellt die iOS-App „Place Value Chart“ von Kortenkamp (2016) dar.

Psychologische Theorien der numerischen Kognition gehen davon aus, dass die Verarbeitung der Bedeutung arabischer Zahlensymbole auf den selben neuronalen Prozessen basiert, die auch die numerischen Informationen nicht-symbolischer Stimuli, wie z. B. die Anzahl von Objekten im visuellen Feld, kodieren (Dehaene, 2009). Diese domänenunabhängige und approximative Repräsentation der Kardinalität von Mengen und Zahlen unterliegt ähnlichen Eigenschaften wie die Repräsentation sensorischer Intensitäten und wird deshalb als die Grundlage für die Existenz eines sogenannten „Zahlensinns“ angesehen.

Für einen didaktisch sinnvoll Einsatz von subsymbolischen Stellenwerttafeln im Mathematikunterricht ist es wichtig, dass die damit aktivierten kognitive Repräsentationen auf dem oben beschriebenen generalisierten approximative Zahlensystem basieren. Wenn dies der Fall ist, ist zu erwarten, dass sowohl der dargestellte Zahlenwert als auch die Mächtigkeit der Punktemenge einer subsymbolischen Stellenwerttafel im approximativen Zahlensystem repräsentiert wird. Durch die geteilte Kodierung der unterschiedlichen numerischen Informationen sollte es zu kognitiven Konflikten in der Verarbeitung kommen.

Die vorliegende empirische Studie untersucht deshalb die kognitiven Effekte der symbolischen und nicht-symbolischen numerischen Informationen beim Größenvergleichsaufgaben mit subsymbolischen Stellenwerttafeln.

Experiment

Versuchspersonen. Es wurden 40 Studierende der Universität Potsdam untersucht (12 männlich).

Stimulusmaterial. Die dargebotenen subsymbolischen Stellenwerttafeln bestanden aus jeweils drei vertikal angeordneten Feldern, welche ein Basis-4

Stellenwertsystem in aufsteigender Wertigkeit von unten nach oben darstellte. Innerhalb der Felder wurden die Einheiten durch rote Punkte repräsentiert, dessen Positionen im Feld randomisiert wurden.

Die Wertigkeit die Stimuli umfasste den Zahlenraum von 21 bis 63, wobei jede Zahl in 4 unterschiedlichen Bündelungsstufen vorlag. Sie waren entweder vollständig gebündelt oder es wurde jene eine Einheit der obersten oder mittleren Ebene durch vier Punkte auf der darunterliegenden Ebene entbündelt abgebildet (Ungebündelt 2, ungebündelt 3). Des Weiteren gab es Stellenwerttafeln mit entbündelten Einheiten auf zwei Ebenen (Ungebündelt 2/3).

Für die Größenvergleiche wurden zwei Stellenwerttafeln horizontal nebeneinander dargeboten. Die numerische Distanz zwischen den Stimuli betrug entweder 1, 2 oder 6.

Versuchsablauf. Das Experiment begann mit einer Übungsphase, in der sich die Probanden mit Hilfe der oben genannten iOS-App auf einem iPad mini mit den subsymbolischen Stellenwerttafeln und dem Basis-4 Stellenwertsystem interaktiv vertraut machten. Die Probanden wurden explizit auf das Prinzip der Bündlung und Entbündlung aufmerksam gemacht und darauf hingewiesen, dass ein Zahlenwert somit auf unterschiedlicher Weise dargestellt werden kann.

Nach einem kurzen Test des Verständnisses der Basis-4 Stellenwerttafeln erfolgte der eigentliche Experimentalblock, in dem mittels Tastendruck so schnell wie möglich der numerisch größere (respektive kleinere) von zwei nebeneinander präsentierten vertikalen Stimuli angezeigt werden sollte.

Versuchsdesign. Im Experiment wurde die numerische Distanz (1, 2, 6), die Bündelungsstufe des linken Stimulus (ungebündelt 2, 3, 2/3, vollständig gebündelt) und die Bündelung des rechten Stimulus variiert. Die mittlere Zahlengröße war 40 und identisch für alle numerischen Distanzen. Für alle Bündelungsstufen wurden die identischen Zahlenwerte verwendet. Die Position der numerisch größeren Stellenwerttafel (links/rechts) wurde über die Durchgänge hinweg balanciert. Die 288 Testdurchgänge des Experiments wurden in randomisierter Reihenfolge präsentiert. Das Experiment dauerte ca. eine Stunde.

Ergebnisse und Diskussion

Durchschnittliche Reaktionszeit von 2,65 Sekunden zeigt, dass die Größenvergleiche des Basis-4 Systems zügig bearbeiten konnten. Die Fehlerrate lag bei 22,4%.

Abbildung 1a und 1b stellen die Reaktionszeiten und Fehlerraten in Abhängigkeit von der Bündlung dar und zeigen, dass gebündelte Stimuli schneller

und mit weniger Fehlern bearbeitet wurden als ungebündelte. Dieser Befund spiegelt einen Vorteil der Verarbeitung von gebündelt Informationen wieder und zeigt damit, dass die allgemeine Effizienz der Verwendung von Stellenwertsystemen auch für eine subsymbolische Darstellung von Zahlen gilt.

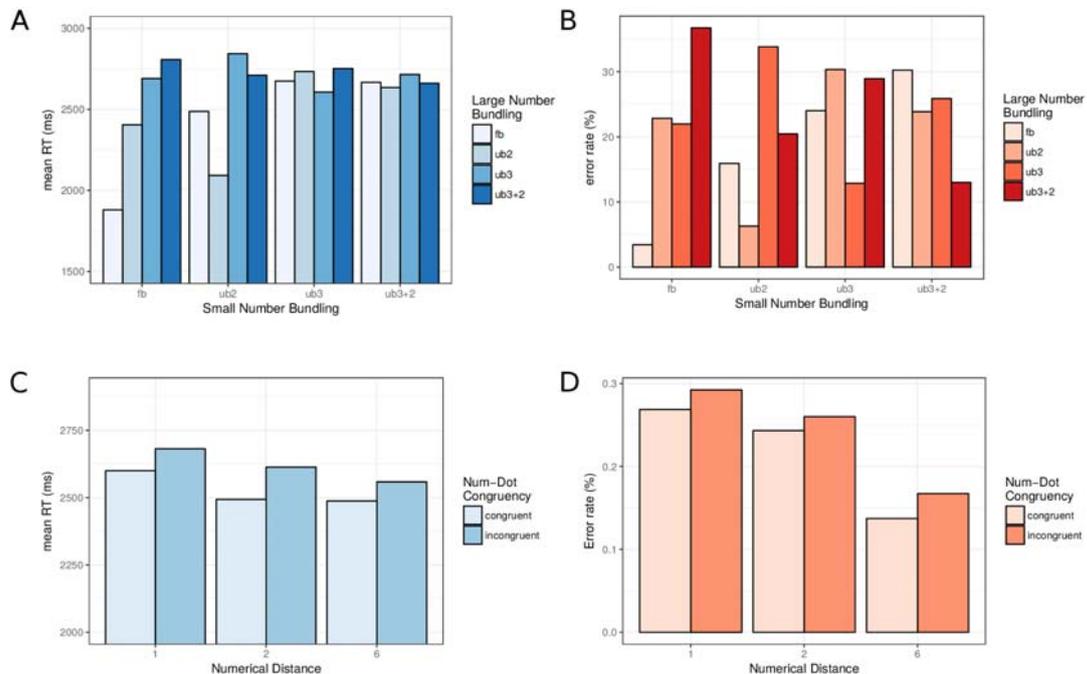


Abbildung 1: Reaktionszeiten (a & c) und Fehlerraten (b & d) als Funktion der Bündelung des kleinen und größeren Stimulus (a & b) sowie der numerischen Distanz und der Zahlen-Punkte Kongruenz (c & d). fb: fully bundled; ub2: unbundled 2; unbundled 3; ub2+3 unbundled 2 und 3.

Interessanterweise war die Leistung der Probanden ebenfalls erhöht (schnellere Reaktionen bei weniger Fehlern), wenn die Bündelungsstufen der beiden Stimuli identisch waren. Dies deutet auf eine strategische Verarbeitung der Stellenwerttafeln hin, da im Falle gleicher Bündelung, numerische Vergleiche rein auf der Ebene der Mächtigkeit die Punktemengen durchgeführt werden können. Diese Strategie scheinen Probanden spontan zu nutzen, was auf eine flexible Verwendung von Größenvergleichen auf der nicht-symbolischen und symbolischen (Stellenwert) Ebene hinweist.

Abbildung 1c und 1d veranschaulichen das Vorliegen zweier Effekte, welche als Signaturen der analogen numerischen Verarbeitung interpretiert werden können (siehe Dehaene, 2009). Zum einen lag ein numerischer Distanzeffekt vor, d. h., die Größenvergleiche wurden schneller und weniger fehlerbehaftet je größer die Distanz zwischen den beiden Stellenwerttafeln war. Dieser Effekt belegt, dass die numerischen Vergleiche auf Basis einer analogen Repräsentation der Zahlenwerte erfolgte.

Darüber hinaus wurde ein Effekt der Zahlen-Punkt Kongruenz beobachtet. Kongruente Testdurchgängen sind solche in denen die Mächtigkeit der Punktemengen der zwei Stellenwerttafeln im selbem Verhältnis (wenig/viel Punkte) steht wie ihre numerischer Werte (kleine/große Zahl). In inkongruenten Durchgängen suggeriert die Anzahl der Punkte ein anderes Urteil als der Zahlenwert fordert. Abbildung 1c und 1d zeigen, dass kongruente Durchgänge schneller und mit weniger Fehlern bearbeitet wurden. Die gefundene kognitive Interferenz zwischen Mächtigkeit der Punktemengen und Zahlenwert belegt eine parallele Verarbeitung der nicht-symbolischen und symbolischen Informationen und stützt die Hypothese, dass beide numerischen Größen gemeinsam kodiert werden.

Die Effekte der numerischen Distanz und der Zahlen-Punkte Kongruenz zeigen somit, dass subsymbolische Stellenwerttafeln ähnliche kognitive Repräsentationen wie die Verarbeitung symbolischen Zahlen aktivieren. Es ist deshalb zu vermuten, dass die Verwendung interaktiver Stellenwerttafeln nicht nur ein hilfreiches Instrument zum Erlernen von Stellenwertsystemen als solches darstellt, sondern auch zur Förderung des intuitiven Verständnisses mehrstelliger Zahlen beiträgt. Die Verarbeitungskonflikte durch die unterschiedlichen numerischen Bedeutungsebenen bei subsymbolischen Stellenwerttafeln spiegelt die kognitive Herausforderung wieder, welche das lernende Kind beim Erwerb eines Verständnisses von mehrstelligen Zahlen überwinden muss. Da diese Konflikte mit interaktiven Stellenwerttafeln (Ladel & Kortenkamp, 2013) leicht zu variieren und kontrollieren sind, stellen diese Anwendungen aus psychologischer Sicht ein interessantes didaktisches Instrument für den Mathematikunterricht dar.

Literatur

- Dehaene, S. (2009). Origins of mathematical intuitions. *Annals of the New York Academy of Sciences*, 1156, 232 – 259.
- Ladel, S. and Kortenkamp, U. (2013). An activity-theoretic approach to multi-touch tools in early maths learning. *The International Journal for Technology in Mathematics Education*, 20(1).
- Kortenkamp, U. (2016). *Place Value Chart* (Version 4.2) [Computer Software]. Verfügbar über <https://itunes.apple.com/app/id568750442>