Johannes BECK, Universität Würzburg, Gilbert GREEFRATH, Westfälische Willhelms-Münster, Alexandra KRÜGER, Universität Hamburg, Hans-Stefan SILLER, Universität Koblenz-Landau, Katrin VORHÖLTER, Lisa WENDT, Universität Hamburg, Jan F. WÖRLER, Julius-Maximilians-Universität Würzburg, DE

ISTRON-Gruppe: Realitätsbezüge im Mathematikunterricht

Im Jahre 1990 hat sich in Istron Bay auf Kreta eine Gruppe konstituiert mit dem Ziel, durch Koordination und Initiierung von Innovationen zur Verbesserung des Mathematikunterrichts beizutragen (Greefrath, Siller, & Blum 2016). Diese Gruppe, die sich nach dem Gründungsort genannt hat möchte Realitätsbezüge im und für den Mathematikunterricht fördern. Konstitutiv dabei ist die Netzwerk-Idee: Die Verbindung von Aktivitäten und der sie tragenden Menschen auf lokaler, regionaler und internationaler Ebene. Eine Schriftenreihe, die bis ins Jahr 2013 bei Franzbecker mit 18 Bänden aufgelegt wurde und seit 2014 bei Springer erscheint, ermöglicht der ISTRON-Gruppe mit mittlerweile 21 Bänden auch eine nachhaltige Präsenz und Sichtbarkeit in der Schulpraxis, aber auch für die wissenschaftliche Community. Im Rahmen der ISTRON-Sitzung fanden zwei thematische Vorträge, welche die Interessen der Gruppe treffen, statt.

Katrin Vorhölter, Alexandra Krüger & Lisa Wendt: Metakognitiver Strategien beim Bearbeiten mathematischer Modellierungsaufgaben

Der Nutzen metakognitiver Strategien beim Lösen komplexer Aufgaben beim mathematischen Modellieren ist evident (Blum 2011, Maaß 2006). Das Konzept der Metakognition umfasst Kenntnisse, Fähigkeiten und Einstellungen, die hilfreich sind, um Strategieentscheidungen zu treffen, diese zu initiieren, organisieren sowie zu kontrollieren (Weinert 1994). In der Diskussion wird die Metakognition in eine deklarative, prozedurale und motivationale Komponente differenziert. Die deklarative Komponente bezieht sich auf explizites bzw. Faktenwissen über die eigene kognitive Disposition, über Anforderungen von Aufgaben und über Strategien. Die prozedurale Komponente zielt auf die Regulation und die Steuerung kognitiver Prozesse. Der noch nicht ausreichend betrachteten prozeduralen Komponente beim mathematischen Modellieren widmet sich das Projekt MeMo (**Me**takognitive **Mo**dellierungskompetenz). Das Forschungsprojekt zielt darauf, die Effektivität einer Lernumgebung hinsichtlich der Förderung metakognitiver Modellierungskompetenzen zu überprüfen. Zudem werden die Sichtweisen der Lehrpersonen und der Schülerinnen und Schüler auf den Einsatz metakognitiver Strategien mittels der qualitativen Inhaltsanalyse nach Kuckartz (2016) rekonstruiert.

Die Intervention findet in 23 Hamburger Klassen statt und beinhaltet sechs Modellierungseinheiten mit je einer Modellierungsaufgabe. Die Klassen sind in zwei Gruppen eingeteilt: In einer Gruppe werden im Anschluss an die Aufgabenbearbeitung verwendete und nützliche metakognitive Strategien zum Modellieren vertieft, während sich die andere Gruppe mit der Vertiefung der zur Bearbeitung verwendeten mathematischen Inhalte befasst. Die teilnehmenden Lehrpersonen nehmen – unterteilt in die zwei Gruppen - an drei verschiedenen Fortbildungsterminen teil, in denen jeweils die folgenden zwei Modellierungsaktivitäten fokussiert betrachtet werden. Von den Schülerinnen und Schülern wird im Pre-Post-Design ein Modellierungskompetenztest bearbeitet. Ferner wird nach der ersten und letzten Modellierungsaufgabe ein Fragebogen zur Erhebung der aufgabenbezogenen prozeduralen metakognitiven Kompetenz der Schülerinnen und Schüler ausgefüllt. Die Analyse der Sichtweisen der Beteiligten erfolgt mit dem Drei-Stufen-Design nach Busse & Borromeo Ferri (2003), bestehend aus einer Prozessbeobachtung, einem nachträglichen lauten Denken sowie einem leitfadengestützten Interview. Dementsprechend werden während der ersten und letzten Modellierungseinheit Videographien des Bearbeitungsprozesses der Schülergruppen erstellt, die in Hinblick auf reichhaltige Szenen zum Einsatz metakognitiver Strategien analysiert werden. Basierend auf den Videoszenen werden am Tag nach der Aufgabenbearbeitung die Interviews mit den Lehrkräften sowie mit den Lernenden geführt.

Erste Ergebnisse zeigen, dass die Lehrpersonen und Lernenden metakognitive Strategien in Form von Planungsprozessen und Überwachungsprozessen wahrnehmen und diese als sehr bedeutsam für den Bearbeitungsprozess von Modellierungsaufgaben empfinden. Interessant ist, dass Lernende auch ohne gezielte Förderung unterschiedliche Formen der Planung und der Überwachung ausführen, während die Lehrende dies nur wenig anregen.

Ein Vergleich der gewonnenen Ergebnisse der beiden Messzeitpunkte sowie eine Triangulation der unterschiedlichen Datensätze wird Aussagen über die Entwicklung der Sichtweisen der Lehrenden und Lernenden sowie Aussagen über den Kompetenzerwerb ermöglichen.

Johannes Beck & Jan F. Wörler: Im Unterricht mit Modellen experimentieren – Lernen von Mathematik am Beispiel des Würzburger Mathematiklabors

Wie und welche Fläche wischt ein Scheibenwischer? Müssen Räder rund sein? Fragen, die darauf abzielen, Phänomene des Alltags und der Mathematik besser zu verstehen, können von Lernenden ab der Mittelstufe im MATHEMATIK-Labor der Universität Würzburg an verschiedenen Stationen experimentell untersucht und mit Hilfe mathematischer Überlegungen auch beantwortet werden.

Die Zusammenhänge sind i. d. R. komplex, pro Station ist ein Zeitrahmen von 3x60 Minuten vorgesehen, sodass im Vorfeld Vereinfachungen vorgenommen werden müssen – die Lernenden arbeiten daher sowohl mit gegenständlichen als auch mit computergestützten, virtuellen Modellen dieser Phänomene und werden durch ein Aufgabenheft angeleitet. Werden trotz der engen Führung Teilprozesse des mathematischen Modellierens angesprochen und wenn ja, welche? Welche Rolle spielen dabei ggf. Modelle? Diesen Fragen wurde im Rahmen des Beitrags mittels einer Inhaltsanalyse bestehender Aufgabenhefte nachgegangen:

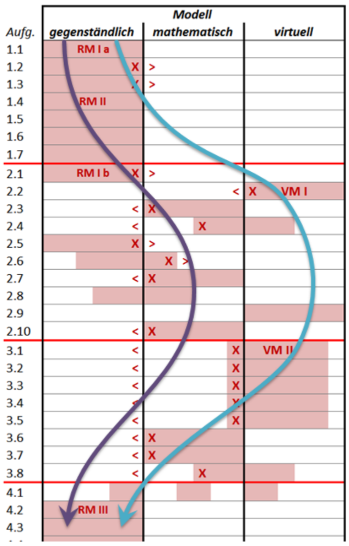

Abbildung 1 Modelltypen

Durch die Hefte ist der Arbeitsprozess der Lernenden in Teilaufgaben gegliedert, jede Teilaufgabe wird dem Modelltyp zugeordnet (vgl. Abb. 1), der für die Bearbeitung schwerpunktmäßig zu verwenden ist. Je nach Aufgabenstellung werden mathematische, gegenständliche oder virtuelle Modelle verwendet, die sich – in Anlehnung an Blum und Leiß 2005 und die Ergänzung durch Siller und Greefrath 2010 – der Mathematik, dem Rest der Welt und der „Computerwelt" zuordnen lassen. Auf diese Weise ergibt sich für jede Station des Labors durch die Abfolge der Teilaufgaben ein Pfad durch die genannten drei Welten, der sich graphisch darstellen und auswerten lässt.

Dabei zeigt sich, dass die Stationen in vielen Fällen bei der Arbeit mit gegenständlichen Modellen starten und dann mehr oder weniger zügig in die mathematische oder virtuelle Welt wechseln. Das Rückübertragen der gewonnenen Resultate in die Realität kann sich durch eine abschließende Arbeit mit einem gegenständlichen Modell manifestieren, erfolgt in einigen Fällen aber auch nur gedanklich oder auf dem Papier, so dass ein Arbeiten mit mathematischen Modellen oder ihren virtuellen Entsprechungen genügt. Gerade bei Stationen mit umständlich handhabbaren, gegenständlichen Modellen (*Spirograph*) oder (zeit-)aufwändigen Realexperimenten (*Ziegenproblem*) zeigt sich eine Schwerpunktverlagerung in die mathematische und/oder virtuelle Welt – ist etwa das Prinzip des 3-Ziegenproblems grundsätzlich verstanden, können Varianten in der mathematischen Welt leicht durchdacht oder am Computer durchgeführt werden; eine aktive Auseinandersetzung mit gegenständlichen Modellen bietet dann keinen Mehrwert mehr.

Die Kombination von Modellen verschiedener Welten („Messe am Realmodell und übertrage die Maße in eine Tabelle") ebnet die Übergänge zwischen den Welten (*Mathematisieren/Interpretieren*). Virtuelle Modelle werden dabei in gleicher Weise wie gegenständliche zur Unterstützung von Mathematisierungsschritten eingesetzt, bieten zudem aber auch die Möglichkeit, Zwänge und Spezialisierungen eines Realmodells aufzubrechen und somit einer Verallgemeinerung bzw. Erweiterung der mathematischen Sichtweise.

Im MATHEMATIK-Labor führt die Arbeit mit Modellen, einem Vehikel gleich, die Lernenden also in die Phänomene hinein und durch sie hindurch. Einige Teile des Modellierungsprozesses sind dabei vorgegeben, andere können von den Lernenden selbstständig und ohne über die Modelle hinausgehende Hilfestellungen gegangen werden.

Literatur

Appell, K., Roth, J., Weigand H.-G. (2008): Experimentieren, Mathematisieren, Simulieren – Konzeption eines MATHEMATIK-Labors. In: Vasarhelyi (Hrsg.): *Beiträge zum Mathematikunterricht*. Münster: WTM-Verlag, 315-318.

Blum, W., Leiß, D. (2005): Modellieren im Unterricht mit der „Tanken“-Aufgabe. *mathematik lehren 128*, 18-21.

Blum, W. (2011). Can Modelling Be Taught and Learnt? Some Answers from Empirical Research. In G. Kaiser, W. Blum, R. Borromeo Ferri & G. A. Stillman (Hrsg.), *Trends in Teaching and Learning of Mathematical Modelling. International Perspectives on the Teaching and Learning of Mathematical Modelling*. Dordrecht: Springer Science+Business Media B.V, 15-30.

Busse, A. & Borromeo Ferri, R. (2003): Methodological reflections on a three-step-design combining observation, stimulated recall and interview. *ZDM*, 35 (6), 257-264.

Greefrath, G., Siller, H.-S., Blum, W. (2016). 25 Jahre ISTRON – 25 Jahre Arbeit für einen realitätsbezogenen Mathematikunterricht. *Mitteilungen der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik 100*, 19-22.

Kuckartz, U. (2016). *Qualitative Inhaltsanalyse. Methoden, Praxis, Computerunterstützung.* Weinheim und Basel: Beltz Juventa.

Maaß, K. (2006). What are modelling competencies? *ZDM*, 38 (2), 113-142.

Siller, H.-St., Greefrath, G. (2010). Mathematical modelling in class regarding to technology. In Durand-Guerrier, V.; Soury-Lavergne, S.; Arzarello, F. (Hrsg.*): Proceedings of the Sixth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*. 2010, 2136-2145.

Weinert, F. E. (1994). Lernen lernen und das eigene Lernen verstehen. In K. Reusser & M. Reusser-Weyeneth (Hrsg.): *Verstehen. Psychologischer Prozess und didaktische Aufgabe.* 1. Aufl. Bern: Huber (Psychologie-Forschung), 183-205.