

Johannes MASSINI, Sebastian KUNTZE, Pädagogische Hochschule Ludwigsburg, Eva PRINZ, Andrea BATZEL-KREMER, Eberhard-Karls-Universität Tübingen, Melanie MAYR, Marita FRIESEN, Pädagogische Hochschule Ludwigsburg, Thorsten BOHL, Eberhard-Karls-Universität Tübingen, Marc KLEINKNECHT, Leuphana Universität Lüneburg, DE

## **Nutzung vielfältiger Repräsentationen in Lernunterstützungssituationen des Mathematikunterrichts – Ergebnisse einer Videoanalyse**

Weder die Artikulation mathematischer Ideen noch das inhaltsbezogene Kommunizieren im Mathematikunterricht wäre ohne die Nutzung von Repräsentationen mathematischer Objekte möglich (z.B. Duval, 2006). Die Verwendung vielfältiger Repräsentationen ist in aller Regel eine zentrale Voraussetzung für den Aufbau eines Verständnisses mathematischer Begriffe, eines flexibel einsetzbaren mathematischen Wissens und von Problemlösekompetenz (z.B. Ainsworth, 2006; Lesh, Post & Behr, 1987; Duval, 2006; Kuntze, 2013). Damit wird die Nutzung vielfältiger Repräsentationen zu einer Big Idea sowohl der Mathematik als auch der Mathematikdidaktik (Kuntze, 2013). Insbesondere das Wechseln zwischen Repräsentationsformen ist oft ein Schlüssel für viele Problemlösungen, da unterschiedliche Eigenschaften eines mathematischen Objekts in verschiedenen Repräsentationen in unterschiedlichem Maße deutlich und damit nutzbar werden können (Lesh, Post & Behr, 1987; Duval, 2006). Dieses Wechseln zwischen unterschiedlichen Repräsentationsformen, sog. *Registern* von Repräsentationen (Duval, 2006), ist für Lernende jedoch besonders anspruchsvoll (Ainsworth, 2006). Gleichzeitig ist das Verknüpfen von Repräsentationen in verschiedenen Registern aber besonders wichtig, so dass es in einem kognitiv aktivierenden Unterricht notwendig ist, einerseits Lernanregungen in diesem Bereich zu geben und andererseits durch passende Hilfen den Anforderungen zu begegnen, die mit diesen Lernanregungen zum Wechseln zwischen Repräsentationsregistern zusammenhängen (vgl. Dreher & Kuntze, 2015).

Verständnisschwierigkeiten von Lernenden sind sehr oft auf Schwierigkeiten beim Wechseln zwischen Repräsentationen zurückzuführen (Ainsworth, 2006). Deshalb ist insbesondere bei Interaktionen zwischen Lehrkraft und Lernenden in Unterrichtsphasen der selbstständigen Schülerarbeit damit zu rechnen, dass Hilfen in diesem Bereich benötigt werden oder Lernende dabei unterstützt und ggf. dazu angeregt werden müssen, Wechsel zwischen Repräsentationen durchzuführen. Aus diesem Grund ist es entscheidend, dass Lehrkräfte den Umgang mit Repräsentationen bei der Lernunterstützung ihrer Schülerinnen und Schüler in Schülerarbeitsphasen (vgl. Krammer, 2009; Schnebel, 2013) im Blick haben. Insbesondere in diesen Unterrichtsphasen

kommt es etwa darauf an, dass Anregungen zum Nutzen vielfältiger Repräsentationen einerseits und diesbezügliche Hilfen andererseits gegeben werden.

Empirische Erkenntnis zum Umgang mit Repräsentationen im Mathematikunterricht ist noch relativ rar. Beispielsweise untersucht eine Studie von Drollinger-Vetter (2011) unter dem Blickwinkel von so genannten *Verstehenselementen* auch Merkmale des Repräsentierens von Inhalten. Jene Videostudie bezieht sich auf Unterricht zum Satz des Pythagoras und schließt vor allem auch Situationen des Unterrichtsgesprächs im Klassenplenum ein. Trotz der Bedeutung des Umgangs mit Repräsentationen gibt es also kaum quantitative empirische Erkenntnisse, inwiefern Lehrkräfte das Wechseln zwischen Repräsentationen anregen und inwiefern sie es mit Hilfestellungen begleiten, was insbesondere in Lernunterstützungssituationen von großer Relevanz ist, bei denen Lehrkräfte mit einzelnen Lernenden oder Kleingruppen von Lernenden interagieren. Aus diesem Grund geht diese Untersuchung den folgenden Forschungsfragen nach: *Welche Rolle spielt die Nutzung vielfältiger Repräsentationen in Lernunterstützungssituationen des Mathematikunterrichts? Inwiefern regen Lehrkräfte das Wechseln zwischen unterschiedlichen Repräsentationsformen an und geben Verknüpfungshilfen?*

### **Untersuchungsdesign**

Zur Beantwortung dieser Forschungsfragen ist es sinnvoll, Mathematikunterricht zu einem standardisierten Thema zu untersuchen, bei dem das Spektrum an nutzbaren Repräsentationen, die im Unterricht auftauchen können, absehbar ist. Dieses Vorgehen erlaubt die Vergleichbarkeit der Auswertungen, da sie sich auf einen gemeinsamen inhaltlichen Rahmen beziehen. Analysiert wurden daher videografierte Unterrichtsstunden in achten Klassen zum Thema „vermehrter/verminderter Grundwert“ von 30 unterschiedlichen Lehrkräften aus einem in der Arbeitsgruppe von Thorsten Bohl erhobenen umfangreichen Datensatz (Batzel et al., 2013) aus Sekundarschulen in Baden-Württemberg. Das Unterrichtsthema und die damit verbundenen Aufgabenstellungen zeichnen sich dadurch aus, dass Repräsentationsregister, wie sie etwa mit den Stichworten „Dreisatz“, „Prozentstreifen“, „Wachstumsfaktor“ oder „Textbeschreibung“ bezeichnet werden können, wesentliche Elemente bei der Lösung vieler Aufgaben sein können. Es ist für diese Register nicht zwingend, dass sie alle miteinander verknüpft werden, wünschenswert im Sinne des Aufbaus verständnisvollen und flexibel einsetzbaren Wissens ist jedoch ein Anregen zum Wechseln und Verknüpfen von Registern.

Ausgewertet wurde in 30 Übungsstunden zum o.g. Unterrichtsthema, welche Rolle das Wechseln zwischen unterschiedlichen Repräsentationsformen und deren Verknüpfung in Lernunterstützungssituationen spielt. Hierfür wurde

der Datensatz von zwei entsprechend geschulten Kodierenden unabhängig voneinander bearbeitet und anschließend Abweichungen in Konsensgesprächen diskutiert, wobei in allen Fällen Einigungen erreicht werden konnte. Insgesamt wurden ca. 450 Lernunterstützungssituationen zwischen Lehrkraft und Lernenden identifiziert und kodiert, die sich auf den mathematischen Inhalt bezogen.

Die dabei vergebenen Kodierkategorien beziehen sich auf den Umgang mit Repräsentationen einerseits und auf Kontextmerkmale der jeweiligen Situation andererseits: Die erste Gruppe von Kategorien greift, sobald Repräsentationsregister innerhalb einer Interaktion sichtbar werden. Falls ein so genanntes *Startregister* erkennbar ist, von dem die Interaktionssituation ausgeht, wurde dieses zusammen mit weiteren verwendeten Registern kodiert. Weiterhin wurde nach einem Top-Down-Verfahren eingeschätzt, wie mit den Registern verfahren wird, inwiefern das Register der Lernenden aufgegriffen wird, Repräsentationswechsel angeregt oder Repräsentationen verknüpft und Hilfestellungen zum Verknüpfen von Repräsentationen gegeben werden. Die Kodierkategorien bezüglich der Kontextmerkmale der jeweiligen Lernunterstützungssituation waren weitgehend unabhängig von den Repräsentationsformen und fokussierten unter anderem auf den Stand des Lösungsprozesses der Lernenden zu der jeweiligen Aufgabe, die Art und Weise, wie die Lehrkraft interveniert, wer die Interaktion initiiert sowie den Aspekt der Motivationsunterstützung.

### **Ergebnisse im Überblick**

Die deskriptiven Auswertungen weisen auf eine ausgeprägte Heterogenität in der Stichprobe hinsichtlich der Art, der Dauer und der Anzahl von Interaktionen zwischen Lehrkraft und Lernenden je Unterrichtsstunde hin. In den meisten Fällen wurden die Interaktionen von den Schülerinnen und Schülern initiiert, welche sich im Lösungsprozess einer Aufgabe befinden. Die Lehrerinnen und Lehrer reagierten sehr häufig mit einem inhaltlichen Vortrag oder versuchten die Lernenden durch Impulse und Fragen zu unterstützen.

In etwas mehr als der Hälfte der Interaktionssituationen sind die Repräsentationsregister eindeutig erkennbar. In diesen Situationen kam mehrheitlich nur ein einziges Register vor. Für den selteneren Fall, dass mehrere Register innerhalb einer Interaktion verwendet werden, wurden diese Register kaum miteinander verknüpft. Fälle, in denen die Lehrkraft Übersetzungshilfen zwischen den verschiedenen Repräsentationsformen anbot, sind extrem selten. Ferner gibt es Interaktionen, in denen die Lehrkraft gar nicht auf das von den Lernenden angebotene Repräsentationsregister einging und direkt in ein anderes Register wechselte, ohne eine Übersetzungshilfe zu geben.

## Diskussion

Die Ergebnisse legen nahe, dass in den Lernunterstützungssituationen Routinen der Lehrkräfte sichtbar werden, bei denen das Anregen zum Wechseln zwischen Repräsentationsregistern kaum zum dominierenden Handlungsskript vieler Lehrkräfte zählt. Insbesondere die in den allermeisten Fällen fehlenden Verknüpfungshilfen lassen vermuten, dass sich viele Lehrkräfte des Anforderungsniveaus beim Wechsel zwischen Repräsentationsregistern kaum bewusst sind. Ursachen für diese Befunde liegen möglicherweise auch im professionellen Wissen der Lehrkräfte: Es gibt ganz offenbar einen Bedarf nach Weiterbildung zur Unterstützung professionellen Wissens über den Umgang mit vielfältigen Repräsentationen im Mathematikunterricht und zur Förderung von entsprechender Analysekompetenz von Lehrkräften. Über erste Schritte in diese Richtung, sowie Erkenntnisse über Entwicklungen bei den an dieser Weiterbildung teilnehmenden Lehrkräften wird beispielsweise in Friesen & Kuntze (in diesem Band) berichtet.

## Literatur

- Ainsworth, S. E. (2006). DeFT: A conceptual framework for considering learning with multiple representations. *Learning and Instruction*, 16, 183–198.
- Batzel, A., Bohl, T., Kleinknecht, M., Leuders, T., Ehret, C., Haug, R. & Holzäpfel, L. (2013). Kognitive Aktivierung im Unterricht mit leistungsschwächeren Schülerinnen und Schülern. Theoretische Grundlagen, methodisches Vorgehen und erste Ergebnisse. In U. Riegel & K. Macha (Hrsg.), *Videobasierte Kompetenzforschung in den Fachdidaktiken* (S. 97-113). Münster: Waxmann.
- Dreher, A. & Kuntze, S. (2015). Teachers' professional knowledge and noticing: The case of multiple representations in the mathematics classroom. *Educational Studies in Mathematics*, 88(1), 89-114.
- Drollinger-Vetter, B. (2011). *Verstehenselemente und strukturelle Klarheit. Fachdidaktische Qualität der Anleitung von mathematischen Verstehensprozessen im Unterricht*. Münster: Waxmann.
- Duval, R. (2006). A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 61, 103–131.
- Kuntze, S. (2013). Vielfältige Darstellungen nutzen im Mathematikunterricht. In Wagner, A. et al. (Hrsg.). In J. Sprenger, A. Wagner, M. Zimmermann (Hrsg.). *Mathematik lernen, darstellen, deuten, verstehen* (S. 17-34). Wiesbaden: Springer.
- Krammer, K. (2009). *Individuelle Lernunterstützung in Schülerarbeitsphasen. Eine videobasierte Analyse des Unterstützungsverhaltens von Lehrpersonen im Mathematikunterricht*. Münster: Waxmann.
- Lesh, R., Post, T., & Behr, M. (1987). Representations and translations among representations in mathematics learning and problem solving. In C. Janvier (Ed.), *Problems of representation in the teaching and learning of math.* (pp. 33-40). Hillsdale: Erlbaum.
- Schnebel, S. (2013). Lernberatung, Lernbegleitung, Lerncoaching – neue Handlungsformen in der Allgemeinen Didaktik? *Jahrbuch für Allgemeine Didaktik*, 3, 278-296.