

## **Entwicklung eines Kompetenzmodells zum Wahrscheinlichkeitsbegriff**

### **Einleitung**

Das im Artikel beschriebene Projekt plant die Entwicklung eines empirischen Kompetenzmodells zum Wahrscheinlichkeitsbegriff in den Klassenstufen 6 bis 10. Auf der Grundlage einer quasi-längsschnittlichen quantitativen Erhebung mit Schülerinnen und Schülern der Sekundarstufe soll die psychometrische Dimensionalität des Konstrukts im Sinne eines Kompetenzstrukturmodells untersucht sowie im Sinne eines Kompetenzniveau-modells die Schwierigkeitsstufung innerhalb dieser Dimensionen analysiert werden. Im vorliegenden Artikel soll der theoretische Rahmen und die Motivation des Projektes dargelegt werden.

### **Kompetenzmodelle**

Im Projekt wird der Kompetenzbegriff im engeren Sinne als kontext- und domänenspezifische kognitive Leistungsdispositionen (Klieme & Leutner, 2006) und nicht im weiteren Sinne Weinerts (2001) verwendet werden, dessen Kompetenzbegriff auch nicht-kognitive Handlungskompetenzen (z. B. motivationale Orientierung, Einstellungen, Tendenzen und Erwartungen) beinhaltet. In Abgrenzung zum Intelligenzbegriff, der domänenunabhängige allgemeine Leistungsdispositionen umfasst, ist das charakterisierende Merkmal des Kompetenzbegriffs seine Kontextabhängigkeit, das heißt er bezieht sich auf Anforderungen in fachbezogenen Leistungsbereichen (Klieme & Leutner, 2006). Ein weiterer wesentlicher Unterschied zwischen dem Intelligenz- und Kompetenzbegriff liegt darin, dass die Intelligenz als weitgehend zeitinvariantes stabiles Persönlichkeitsmerkmal betrachtet wird, das im Gegensatz zur Kompetenz nur begrenzt lernsensitiv ist (Hartig & Klieme, 2006).

Nach Klieme und Leutner (2006) kommt der Messung von Kompetenzen „eine Schlüsselfunktion für die Optimierung von Bildungsprozessen zu“ (S. 877). Dabei müsse die Kompetenzmessung „die Binnenstruktur der Kompetenz, d.h. die Teilfähigkeiten [...] ebenso wie die Niveaustufen differenziert darstellen“ (S. 877). Hervorgehoben wird dabei, dass die Messverfahren einer „Verankerung in empirisch geprüften kognitionspsychologischen bzw. fachdidaktischen Kompetenzmodellen, die Struktur, Gradierung und Entwicklungsverläufe der Kompetenz abbilden“ (S. 877), bedürfen. Daher sind nach Klieme und Leutner (2006) kognitionspsychologisch fundierte Modelle „der Struktur, Stufung und Entwicklung von Kompetenzen“ (S. 880) unter Anwendung von fortschrittlichen psychometrischen Methoden

gefordert. Die domänenspezifische Kontextualisierung der Kompetenzmodelle erfordert nach Klieme und Leutner den Einbezug von Domänenexperten und -expertinnen beispielsweise aus der Fachdidaktik.

Bei Kompetenzmodellen wird unterschieden zwischen Kompetenzstrukturmodellen, welche die Differenzierung in verschiedene Kompetenzdimensionen fokussieren (Klieme & Leutner, 2006), und Kompetenzniveau-modellen, welche „die konkrete inhaltliche Beschreibung von unterschiedlich hohen Ausprägungen quantitativ erfasster Kompetenzen zum Gegenstand haben“ (Hartig und Klieme, 2006, S. 128). Die Struktur von Kompetenzen ergibt sich aus der Struktur der spezifischen Aufgabeninhalte und den damit einhergehenden Anforderungen (Hartig & Klieme, 2006).

Bei der Entwicklung eines Kompetenzmodells sind besonders die schwierigkeitsgenerierenden Eigenschaften von Items interessant. Explanatory Item Response Modelle gehen der Frage nach, wie Merkmale von Items und Personen die Beantwortung beeinflussen (Wilson, Boeck & Carstensen, 2008). Ein „item explanatory“-Ansatz ist das von Fischer (1973) auf der Grundlage des Raschmodells entwickelte Linear Logistische Testmodell (LLTM), in dem der Itemschwierigkeitsparameter  $\sigma_i$  eines Items  $I_i$  linear in mehrere Basisparameter  $\eta_j$  und den entsprechenden Gewichten  $q_{ij}$  zerlegt wird, das heißt  $\sigma_i = \sum q_{ij}\eta_j$ . Mit einem LLTM können Itemschwierigkeiten anhand von unterschiedlichen kognitiven Operationen oder Anforderungen erklärt werden, indem jedem Basisparameter  $\eta_j$  eine kognitive Operation oder Anforderung zugeordnet wird.

### **Forschung zum Wahrscheinlichkeitsbegriff**

Der klassische, frequentistische, subjektive und axiomatische Wahrscheinlichkeitsbegriff sind vier gebräuchliche Vorstellungen von Wahrscheinlichkeit (vgl. Batanero, Chernoff, Engel, Lee & Sánchez, 2016). Der axiomatische Wahrscheinlichkeitsbegriff hat für Schulunterricht nahezu keine Relevanz. Auch der subjektive Wahrscheinlichkeitsbegriff wird häufig nur am Rande oder zur einführenden Motivation eingesetzt. In den Anfängen des Stochastikunterrichts in der Schule wurde häufig ausschließlich der klassische Wahrscheinlichkeitsbegriff gelehrt. Dieses Vorgehen erfuhr aber Kritik, da der klassische Wahrscheinlichkeitsbegriff nur in speziellen Situationen anwendbar ist und die Anwendung von Wahrscheinlichkeit in unterschiedlichen Lebensbereichen verborgen blieb (Batanero et al., 2016).

Heutzutage wird eine experimentelle Einführung in den Wahrscheinlichkeitsbegriff als Grenzwert von relativen Häufigkeiten in vielen Curricula und Standards postuliert. Bisher empirisch nicht untersucht ist jedoch, in welcher Weise Schülerinnen und Schüler in der Sekundarstufe in der Lage

sind, adäquate Vorstellungen des frequentistischen Wahrscheinlichkeitsbegriffs zu gewinnen. Zum einen wird der klassische Grenzwertbegriff auf Grund seiner Komplexität im Schulunterricht erst im Rahmen der Analysis in der Oberstufe beziehungsweise in der Highschool unterrichtet. Zum anderen sind die Grenzwertbegriffe im Rahmen der Stochastik (stochastische Konvergenz, fast sichere Konvergenz) noch komplexer als der klassische Konvergenzbegriff. Auch wenn im Schulunterricht realistischere lediglich ein propädeutischer Grenzwertbegriff gelehrt werden kann, bleibt trotzdem die Frage, in wie weit die durch Schulunterricht erzeugten Vorstellungen zum frequentistischen Wahrscheinlichkeitsbegriff hilfreich sind.

Didaktische Analysen zu Vorstellungen von Zufall und Wahrscheinlichkeit wurden wesentlich durch Piaget und Inhelder (1951/1975) initiiert. Dabei interviewten sie 20 Personen im Alter von 4 bis 15 Jahren zu Zufallsphänomenen und identifizierten in Einklang mit Piagets allgemeiner epistemologischer Theorie der kognitiven Entwicklung beim Wahrscheinlichkeitsbegriff drei Entwicklungsstufen: präoperational (4 bis 7 Jahre), konkret-operational (8 bis 11 Jahre) und formal-operational (ab 12 Jahren).

Mit der Absicht, Piagets Entwicklungsstufen zu validieren, legte Green (1983) circa 4000 Jugendlichen zwischen 11 und 16 Jahren in einer quasi-längsschnittlichen Erhebung in England 58 Items zum Wahrscheinlichkeitsbegriff vor und identifizierte mit Hilfe einer Skalogramm-Analyse drei Niveaustufen. Green stellte fest, dass die meisten Schülerinnen und Schüler auch mit 16 Jahren noch nicht die Stufe der formalen Operationen erreichen und auf der Stufe der konkreten Operationen die Schule verlassen.

Tversky und Kahneman (1974) untersuchten Strategien, die Personen anwenden, um Wahrscheinlichkeiten zu bestimmen und identifizierten systematische Fehler. In der Forschungstradition von Tversky und Kahneman wurden bis heute zahlreiche weitere Heuristiken und Biases im Umgang mit dem Wahrscheinlichkeitsbegriff aufgedeckt.

Jones, Langrall, Thornton und Mogill (1997) entwickelte für die Klassenstufen 1 bis 4 ein Rahmenmodell zum Wahrscheinlichkeitsbegriff. Zu vier Aspekten des Wahrscheinlichkeitsbegriffs (Ergebnisraum, Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses, Wahrscheinlichkeitsvergleich, Bedingte Wahrscheinlichkeit) definierten sie auf der Basis einer neo-piagetscher Taxonomie jeweils vier Niveaustufen. Auf Grund des gewählten qualitativen Ansatzes und der geringen Stichprobengröße bleibt allerdings unter anderem offen, ob die vier definierten Wahrscheinlichkeitsaspekte eigene Dimensionen im psychometrischen Sinne darstellen und ob die Niveaustufen der vier Aspekte vergleichbar sind.

## Fazit

Insbesondere im Bereich der Stochastik weisen die Lehransätze im Mathematikunterricht eine große Heterogenität auf. Eine Ursache ist sicherlich die noch relativ junge Integration des Stochastikunterrichts in die Lehramtsausbildung sowie in den Mathematikunterricht. Außerdem ist die große Heterogenität dadurch verursacht, dass die Kompetenzstruktur des Wahrscheinlichkeitsbegriffs noch nicht ausreichend ergründet ist. Auch Chernoff und Sriraman (2014) argumentieren, dass ein “unified approach” (S. xvii) für das Unterrichten und Lehren der unterschiedlichen Wahrscheinlichkeitsbegriffe wünschenswert sei. Zwar gibt es – wie dargestellt – einige vielversprechende Ansätze zur Kompetenzmodellierung, allerdings weisen alle bisher dargestellten Kompetenzmodelle aus unterschiedlichen Gründen Optimierungs- und Ergänzungsbedarf auf.

## Literatur

- Batanero, C., Chernoff, E. J., Engel, J., Lee, H. S. & Sánchez, E. (2016). *Research on Teaching and Learning Probability* (ICME 13 Topical Surveys). Cham: Springer.
- Chernoff, E. J. & Sriraman, B. (2014). Introduction to probabilistic thinking: Presenting plural perspectives. In E. J. Chernoff & B. Sriraman (Hrsg.), *Probabilistic thinking. Presenting plural perspectives* (S. xv–xvii). Dordrecht, Niederlande: Springer.
- Fischer, G. H. (1973). The linear logistic test model as an instrument in educational research. *Acta Psychologica*, 37 (6), 359–374.
- Green, D. R. (1983). Der Wahrscheinlichkeitsbegriff bei Schülern. *Stochastik in der Schule*, 3 (3), 25–38.
- Hartig, J. & Klieme, E. (2006). Kompetenz und Kompetenzdiagnostik. In K. Schweizer (Hrsg.), *Leistung und Leistungsdiagnostik* (S. 127–143). Berlin: Springer.
- Jones, G. A., Langrall, C. W., Thornton, C. A. & Mogill, A. T. (1997). A framework for assessing and nurturing young children’s thinking in probability. *Educational Studies in Mathematics*, 32 (2), 101–125.
- Klieme, E. & Leutner, D. (2006). Kompetenzmodelle zur Erfassung individueller Lernergebnisse und zur Bilanzierung von Bildungsprozessen. Beschreibung eines neu eingerichteten Schwerpunktprogramms der DFG. *Zeitschrift für Pädagogik*, 52, 876–903.
- Piaget, J. & Inhelder, B. (1975). *The origin of the idea of chance in children*. New York: Norton. (Originalarbeit erschienen 1951).
- Tversky, A. & Kahneman, D. (1974). Judgment under uncertainty: Heuristics and biases. *Science*, 185 (4157), 1124–1131.
- Weinert, F. E. (2001). Vergleichende Leistungsmessung in Schulen - eine umstrittene Selbstverständlichkeit. In F. E. Weinert (Hrsg.), *Leistungsmessungen in Schulen* (S. 17–32). Weinheim: Beltz.
- Wilson, M., Boeck, P. de & Carstensen, C. H. (2008). Explanatory item response models: A brief introduction. In J. Hartig, E. Klieme & D. Leutner (Hrsg.), *Assessment of competencies in educational contexts* (S. 91–120). Göttingen: Hogrefe & Huber.