

Mono- und multirepräsentationales Lernen funktionalen Denkens

Einleitung

Ein Zugang zu einem mathematischen Objekt ist lediglich über eine *externe Repräsentation* möglich (Duval, 2006). Dabei wird angenommen, dass das Lernen mit *multiplen Repräsentationen* Vorteile bietet und „zu einer höheren Flexibilität mathematischen Verstehens und Denkens“ (Schnotz, 2014, S. 52) beiträgt. Auf der anderen Seite stellt sich die Frage, ob eventuell eine bestimmte Repräsentationsform das Lernen von *funktionalem Denken* stärker begünstigt als andere Repräsentationsformen.

Aus dieser Argumentation resultieren zwei Hypothesen:

Hypothese 1 (H1): *Für funktionales Denken ist multirepräsentationales Lernen effizienter als monorepräsentationales Lernen.*

Hypothese 2 (H2): *Für funktionales Denken ist eine bestimmte Repräsentation prinzipiell lerneffizienter als andere.*

Zur Überprüfung der Hypothesen wurde eine Untersuchung durchgeführt, bei dem die Lerneffizienz von zwei typischen Repräsentationsformen (Tabelle und Graph) für das funktionale Denken quantitativ evaluiert wurde.

Methode

Am Quasi-Experiment mit drei Experimentalgruppen und einer Kontrollgruppe (vgl. Abb. 1) nahmen $N = 331$ Testpersonen der Klassenstufe 7 teil. Eine Experimentalgruppe lernte Änderungsverhalten im Kontext von Füllvorgängen bei Vasen nur mit Tabellen (T-Gruppe), eine nur mit Graphen (G-Gruppe) und eine dritte mit Tabellen und Graphen gleichzeitig (TG-Gruppe). Die drei Experimentalgruppen absolvierten einen Vortest, einen kürzeren Zwischentest und einen Nachtest. Die Kontrollgruppe nahm nur am Vor- und Nachtest teil. Bei den Tests wurden für alle Gruppen paritätisch sowohl Items mit Tabelle als auch mit Graph verwendet.

Die Lerneffektanalyse wurde im Rahmenmodell der Item Response Theorie mit Hilfe eines Linear Logistischen Testmodells (vgl. Glück & Spiel, 1997) vorgenommen. Die Effekte werden daher in Logit $L = \ln \frac{P}{1-P}$ (logarithmierter Wettquotient; P entspricht der Lösungswahrscheinlichkeit) angegeben.

Ergebnisse

In der Analyse wurde zwischen *quantitativem* und *qualitativem* funktionalem Denken unterschieden. Eine quantitative Analyse erfordert selbst bei

Verwendung des Graphen ein Operieren mit konkreten Funktionswerten, während qualitative Analysen anhand der Form des Graphen vorgenommen werden können.

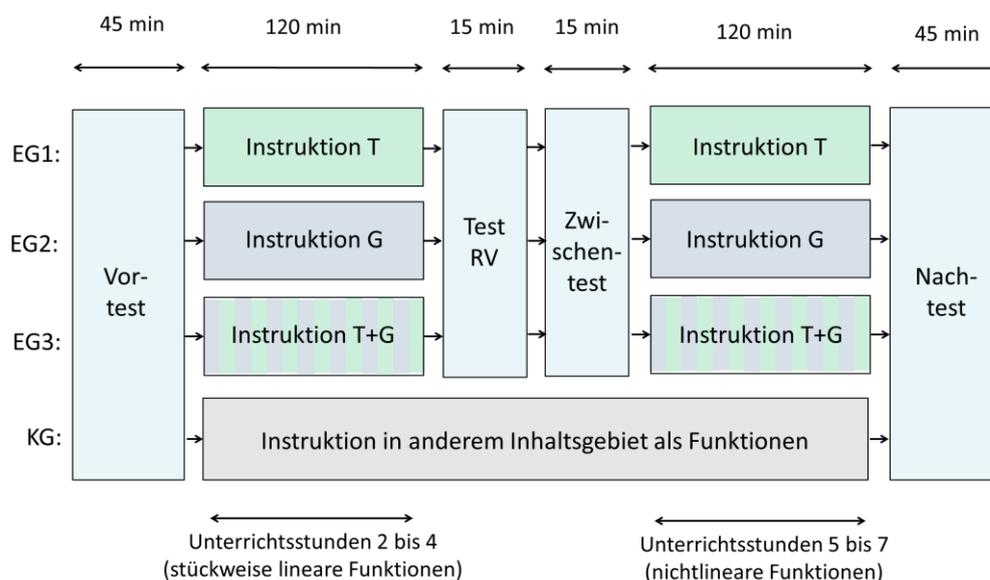


Abbildung 1: Experimentelles Design (T = Tabelle, G = Graph, T+G = Tabelle und Graph, RV = räumliches Vorstellungsvermögen)

Quantitatives funktionales Denken. Vom Vor- zum Zwischentest hatte die T-Gruppe einen signifikanten Lernzuwachs von 1.93 Logit im quantitativen funktionalen Denken (vgl. Abb. 2), wobei die G-Gruppe einen signifikant größeren Lernzuwachs als die T-Gruppe (0.55 Logit) und als die TG-Gruppe (0.54 Logit) hatte.

Vom Vor- zum Nachtest war der Lernzuwachs im quantitativen funktionalen Denken (d. h. der Testeffekt) in der Kontrollgruppe mit 0.74 Logit signifikant größer als Null. Die T-Gruppe hatte einen um 1.19 Logit signifikant größeren Lernzuwachs als die Kontrollgruppe. Wie zum Zwischentest war der Lernzuwachs in der G-Gruppe signifikant größer (0.59 Logit) als der Lernzuwachs der T-Gruppe. Allerdings bestand im Nachtest zwischen der G-Gruppe und der TG-Gruppe kein signifikanter Unterschied im Lernzuwachs mehr.

Qualitatives funktionales Denken. Die Lernzuwächse waren beim qualitativen funktionalen Denken insgesamt niedriger als beim quantitativen. Von Vor- zu Zwischentest nahm in der T-Gruppe das Fähigkeitsniveau signifikant um 0.99 Logit zu. Die G-Gruppe wies einen um 0.31 Logit signifikant höheren Lernzuwachs als die T-Gruppe auf. Zwischen TG-Gruppe und G-Gruppen unterschied sich der Lernzuwachs im qualitativen funktionalen Denken bis zum Zwischentest jedoch nicht signifikant.

Von Vor- zu Nachtest nahm die Fähigkeit im qualitativen funktionalen Denken in der Kontrollgruppe signifikant zu (0.23 Logit). Die T-Gruppe hatte einen signifikant höheren Lernzuwachs (0.90 Logit) als die Kontrollgruppe, wohingegen die G-Gruppe wiederum einen um 0.15 Logit signifikant höheren Lernzuwachs als die T-Gruppe aufwies. Den höchsten Lernzuwachs erreichte jedoch die TG-Gruppe, deren Lernzuwachs um 0.41 Logit signifikant höher als der Zuwachs der G-Gruppe war.

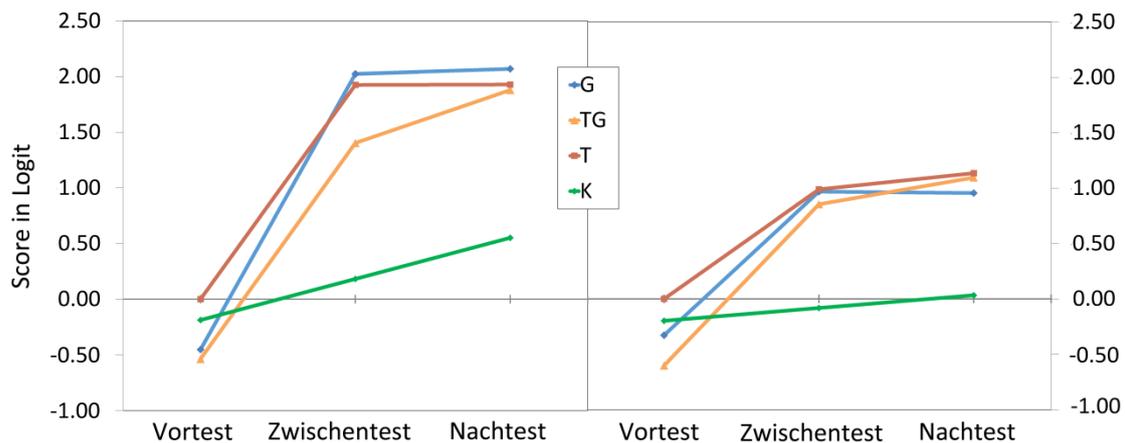


Abbildung 2: Lernverlauf in Logit (Nullpunkt der Logitskala ist das Fähigkeitsniveau der T-Gruppe im Vortest)

Diskussion

Hypothese H1 vermutet, dass multirepräsentationales Lernen effizienter als monorepräsentationales Lernen ist. Diese Hypothese findet Evidenz durch das Ergebnis, dass die TG-Gruppe beim qualitativen funktionalen Denken den signifikant höchsten Lernzuwachs von Vor- zu Nachtest aufwies. Allerdings bestand beim quantitativen funktionalen Denken kein signifikanter Unterschied zwischen dem Lernen mit Graphen und dem kombinierten Lernen mit Tabelle und Graph.

Für qualitatives funktionales Denken ist der Vorteil für multirepräsentationales Lernen erklärbar. Wird qualitatives funktionales Denken mit einem Graphen gelernt, wird primär prozedurales Wissen auf der Grundlage der qualitativen Graphensteigung gebildet (z. B. „Wenn der Graph steiler wird, wird die Form der Vase enger.“). Eine Übertragung dieses Wissens auf die Tabelle ist nicht ohne weiteres möglich. Hier muss vom Lernenden erkannt werden, dass in einer Tabelle¹ die Differenzen der Funktionswerte betrachtet

¹ Diese Aussage gilt natürlich nur in einer Tabelle, in der die x-Werte in gleichen Schrittweiten eingetragen sind.

werden müssen (z. B. „Wenn in einer Tabelle die Differenzen der Funktionswerte größer werden, wird die Form der Vase enger.“).

Auffällig bei den Ergebnissen zeigte sich, dass die TG-Gruppe vor allem von Zwischen- zum Nachtest noch einmal einen deutlichen Lernzuwachs zeigte, während die monorepräsentational lernenden Gruppen von Zwischen- zum Nachtest im Fähigkeitszuwachs eher stagnierten. Dieses kann als Beleg dafür gedeutet werden, dass das multirepräsentationale Lernen mehr Zeit benötigt – und daher unter Umständen weniger effizient ist – als das monorepräsentationale Lernen, aber dadurch insgesamt zu höheren Lernzuwächsen führen kann.

In Hypothese H2 wird angenommen, dass für das funktionale Denken eine bestimmte Repräsentationsform prinzipiell am lerneffizientesten ist. Da ein Graph sowohl beim quantitativen als auch beim qualitativen funktionalen Denken signifikant lerneffizienter als eine Tabelle ist, findet diese These beim Vergleich von monorepräsentationalem Lernen Unterstützung. Daher scheint die Repräsentationsform Graph prinzipiell geeigneter für das Lernen von funktionalem Denken zu sein als die Repräsentationsform Tabelle. Offenbar sind Repräsentationsformen, die für das Anwenden von funktionalem Denken am effizientesten sind, nicht unbedingt auch für das Lernen von funktionalem Denken am effizientesten, da in experimentellen Befunden von Rolfes, Roth und Schnotz (2016) Tabellen für viele Aufgaben zum funktionalen Denken tendenziell nutzungseffizienter waren als Graphen.

Literatur

- Duval, R. (2006). A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 61 (1-2), 103–131.
- Glück, J. & Spiel, C. (1997). Item Response-Modelle für Meßwiederholungsdesigns: Anwendung und Grenzen verschiedener Ansätze. *Methods of Psychological Research Online*, 2 (1).
- Rolfes, T., Roth, J. & Schnotz, W. (2016). Der Einfluss von Repräsentationsformen auf die Lösung von Aufgaben zu funktionalen Zusammenhängen. In Institut für Mathematik und Informatik Heidelberg (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2016*. Münster: WTM.
- Schnotz, W. (2014). Visuelle kognitive Werkzeuge beim Mathematikverstehen. In J. Roth & J. Ames (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2014* (S. 45–52). Münster: WTM.