

Problemlösen im Klassenraum – Gestaltung der Phasen der Problembearbeitung durch Lehrpersonen

Im Rahmen des Projektes ProKlaR (Problemlösen im Klassenraum) werden Lehrpersonen beim Unterrichten von Stunden mit dem Inhalt „Problemlösen“ gefilmt. Details zum Projekt und den Auswertungsmethoden finden sich u.a. in Rott (2016). Zur Teilnahme an der Studie konnten – zum Teil im Rahmen studentischer Abschlussarbeiten – bislang elf (Stand: März 2017) Lehrpersonen gewonnen werden. Die gefilmten Stunden von zwei Lehrern werden hier exemplarisch vorgestellt:

- Lehrer G. Ein Lehrer mit mehr als 13 Jahren Berufserfahrung, der an einem Gymnasium in Mühlheim arbeitet. Er besitzt keinerlei Erfahrung mit dem Thema Problemlösen aus dem Studium und/oder aus Fortbildungen. Gefilmt wurde eine Stunde zum Problem „Palindrome“ in einer 7. Klasse, die Herr G seit zwei Schuljahren unterrichtet. (Stunde analysiert in Kretz, 2016)
- Lehrer H. Ein Lehrer mit mehr als 10 Jahren Berufserfahrung, der an seiner Schule in Essen auch als Koordinator tätig ist. Das Thema Problemlösen kam in seinem Studium gar nicht vor, in Fortbildungen am ehesten im Zusammenhang mit dem Einsatz von Taschenrechnern. Gefilmt wurde eine Stunde zum Problem „Palindrome“ in einer 6. Klasse.

Palindrome

a) Unter einem Palindrom versteht man eine Zahl, die sowohl vorwärts als auch rückwärts gelesen denselben Wert hat. Ein typisches Beispiel hierfür ist 2552. Ein Freund von mir behauptet, dass alle Palindrome mit 4 Ziffern ohne Rest durch 11 teilbar seien. Hat er Recht?

b) Wie viele Palindrome mit 4 Ziffern gibt es?

[Quelle: Mason, Burton & Stacey (2006, S. 6 f.) – hier leicht variiert]

Stunde von Lehrer G: Nach einer kurzen Ansage zum Besuch (1 min) beginnt der Lehrer mit der Organisation der Aufgabenbearbeitung: Es geht nicht um Geschwindigkeit, sondern darum, den Lösungsweg anderen vorstellen zu können. Die Lernenden dürfen selbst entscheiden, ob sie alleine oder mit ein bis drei (frei gewählten) Partnern arbeiten (2 min). Während sich die Schüler umsetzen, verteilt der Lehrer das Aufgabenblatt (2 min). Anschließend klärt er mit den Schüler*innen im Plenum, was ein Palindrom ist: Sowohl der Name „Anna“ als auch die Zahl „2552“ werden angesprochen (2 min). Weitere Hinweise zur Aufgabe und möglicher Herangehensweisen werden nicht gegeben. [Öffentliches Gespräch, 7 min]

In der sich anschließenden Arbeitsphase arbeiten die Schüler an der Aufgabe, wobei die meisten Lernenden mit Aufgabenteil b) begonnen haben. Während dieser Phase geht der Lehrer umher und beobachtet. Auf Fragen

der Lernenden geht er ein und hilft beim Verständnis (z.B. „Die Zahl 0-2-2-0 ist keine vierstellige Zahl.“), beantwortet aber keine Fragen zur Lösung der Aufgabe. Gegen Ende verteilt Lehrer G Folien an die Gruppen, die präsentieren sollen. [Gruppenarbeit, 35 min]

In der abschließenden Sicherungsphase sollen die Lernenden zunächst ihre Herangehensweisen bzw. ihre „ersten Schritte“ erläutern. Zwei (sehr gute) Schüler*innen präsentieren ihre Lösung, danach stellt der Lehrer das Vorgehen einer dritten Gruppe (den Versuch, alle vierstelligen Palindrome durch elf zu dividieren) vor. Nach wenigen Nachfragen erklärt der Lehrer das Problem für gelöst und die Stunde für beendet. [Öffentliches Gespräch, 8 min] [Gesamtdauer der Stunde: 50 min]

Stunde von Lehrer H: Die Stunde beginnt mit Organisation: Die Lernenden sollen sich so hinsetzen, dass Einzel- und Partnerarbeit möglich sind (2 min). Anschließend verteilt Lehrer H ein Arbeitsblatt zur Aufgabe (im Vergleich zum Kasten oben mit ergänzenden Erläuterungen); er lässt die Aufgabenstellung vorlesen und verweist auf die aus der Grundschule bekannten „ANNA-Zahlen“. Er lässt mehrere Palindrome nennen, dabei auch Palindrome, in denen die Ziffer Null vorkommt, und er erläutert, dass vierstellige Zahlen nicht mit einer Null beginnen. Anschließend wird ausführlich darauf eingegangen, was bei der Aufgabe zu zeigen ist (7,5 min). Lehrer H erinnert daran, wie man zeigen kann, ob mathematische Aussagen stimmen oder nicht stimmen: Argumentieren und Begründen oder ein Gegenbeispiel finden (1 min). Nachdem die Lernenden ihre Arbeitsplätze vorbereitet haben (1,5 min) erläutert Lehrer H die sich anschließende Ich-Du-Wir-Phase: 5 min für Einzelarbeit in Stille, Fragen in dieser Zeit nur schriftlich; danach 15 min Partnerarbeit (1,5 min). [Öff. Gespräch, 13 min]

In der Einzelarbeitsphase, beantwortet Lehrer H Fragen nur sehr zurückhaltend („musst Du selber noch mal überlegen“). [Einzelarbeit, 9 min]

Anschließend ruft der Lehrer „einen kurzen Zwischenstopp“ aus. Er weist darauf hin, dass die Schüler*innen ihr Ergebnis wirklich begründen sollen, auch wenn sie von einem Referendar schon eine Regel zur Teilbarkeit durch 11 kennen würden. Außerdem kündigt Lehrer H an, dass er Tippkarten vorbereitet hat. [Öffentliches Gespräch, 1 min]

In der Arbeitsphase haben viele Lernende Fragen; Lehrer H geht umher und verteilt Tippkarten. Teilweise beantwortet er Fragen, aber sehr vorsichtig (z.B. „Ihr habt das jetzt für eine Zahl gezeigt, die Frage ist: gilt das für alle?“). Zwischendurch ermahnt er zur Ruhe. [Partnerarbeit, 18 min]

Es folgt eine kurze Zusammenfassung durch Lehrer H: Einige Gruppen hätten schriftlich dividiert und festgestellt, die Behauptung scheint zu stimmen;

es gehe jetzt aber nicht darum, alle Beispiele nachzurechnen. Mit dieser Anregung gehe es in die Gruppenphase; Ziel sei es, eine Begründung zu finden. Er weist noch einmal auf die Tippkarten hin und gibt den Lernenden 1 min Umbauzeit für die Gruppenphase. [Öffentl. Gespräch, 4 min]

Während der Arbeitsphase geht Lehrer H umher, hilft vorsichtig, ohne eine Lösung zu verraten, und ermahnt mehrfach zur Ruhe. Drei Gruppen erhalten Folien für die Präsentation. [Gruppenarbeit, 22 min]

Lehrer H ruft zur Ruhe und kündigt an, dass in der Präsentationsphase insbesondere auch die Lösungswege vorgestellt werden sollen. Die erste Gruppe hat nur $1001:11 = 91$ gerechnet. Lehrer H erläutert, warum es nicht ausreicht, nur ein Beispiel zu haben. Die zweite Gruppe zeigt eine vollständige Lösung: 1001, 2002, ..., 9009 sind durch 11 teilbar, da immer +1001 gerechnet werden (Lehrer H verweist auf die Summenregel). Die Zahlen dazwischen erreichte man mit +110. Die dritte Gruppe hat nur mit +110 argumentiert, Lehrer H weist daraufhin, dass es eine Lücke in der Begründung gebe. Nachdem es keine Fragen mehr gibt, fragt die Lehrperson, ob man auch sechsstellige Zahlen so betrachten könne und lässt mögliche Herangehensweisen schildern. [Öffentliches Gespräch, 14 min]

Die Zeit bis zum Stundenende sollen die Schüler nutzen, um Aufgabenteil b) zu bearbeiten. [Gruppenarbeit, 1 min] [Gesamtdauer der Stunde: 80 min]

Sozialform	Lehrer G	Lehrer H
Einzelarbeit	---	08:42 (10,9%)
Partnerarbeit	---	17:51 (22,2%)
Gruppenarbeit	34:59 (70,0%)	21:57 (27,5%)
Öffentliches Gespräch	15:00 (30,0%)	31:25 (39,4%)
Redeanteile in öffentlichen Phasen	L: 09:18 (62%)	L: 17:06 (54%)
	S: 02:50 (19%)	S: 08:04 (25%)
	Still: 02:52 (19%)	Still: 06:21 (21%)
Total	49:59 (100%)	79:55 (100%)

Tabelle 1: Kumulierte Dauern der Sozialformen in den Unterrichtsphasen

Basierend auf theoretischen Überlegungen und den Auswertungen der bislang erhobenen Stunden wird die lehrerseitige Gestaltung der Phasen im Problembearbeitungsprozess im Stundenverlauf kategorisiert (s. Tabelle 2). Die beiden oben beschriebenen Stunden wurden entsprechend eingeschätzt, womit erste Profile des Lehrerhandelns angedeutet werden (s. Tabelle 3).

Phase	engführend	neutral	strategiebetont
Verstehen der Aufgabe	Aufgaben wird von der Lehrperson erläutert.	Aufgabe wird den Lernenden unkommentiert gegeben, auf Fragen wird nicht geantwortet.	Die Lehrperson gibt den Lernenden Hinweise; gibt das Verständnis aber nicht vor.
Entwickeln des Plans	Die Lehrperson gibt einen („den“) Lösungsweg vor.	Die Lehrperson gibt keinerlei Vorgaben oder Hilfestellungen.	Die Lehrperson gibt Tipps [idealerweise verschiedene Wege]; ermutigt die Lernenden, bestimmte Ideen weiterzuverfolgen.
Ausführen des Plans	Die Lehrperson gibt (früh) konkrete, inhaltliche Hilfen.	Die Lehrkraft gibt kaum bzw. keine Hilfen.	Die Lehrkraft gibt gestufte (eher heuristische) Hilfen (vgl. Zech).
Rückschau	Fixierung auf das Ergebnis; evtl. wird ein Rechenweg vorgestellt.	Vorstellen verschiedener Lösungen; kein explizites Eingehen auf Strategien oder verschiedene Wege.	Betonung des Lösungswegs bzw. vieler Wege; Hervorheben von Strategien; Ergebnis eher zweitrangig.

Tabelle 2: Verschiedene Möglichkeiten für Lehrpersonen, Problemlösephasen zu gestalten

Phase	engführend	neutral	strategiebetont
Verstehen	Lehrer H		Lehrer G
Planen		Lehrer G	Lehrer H
Ausführen			Lehrer G
Rückschau		Lehrer G	Lehrer H

Tabelle 3: Profile der Stunden von Lehrer G und Lehrer H

Diese Einteilung dient erst einmal nur der Beschreibung und besseren Nachvollziehbarkeit der Stundengestaltung; es zeigen sich deutliche Zusammenhänge zu den Einstellungen der Lehrpersonen (vgl. Rott, 2016). Es ist angedacht, normative Kriterien für guten Unterricht (H. Meyer; A. Helmke) zu nutzen, um die Güte der Phasen bzw. Stunden einzuschätzen.

Literatur

- Kretz, R. (2016). *Problemlösen im Klassenraum – Analyse des Verhaltens einer Lehrkraft am Beispiel einer 7. Klasse eines Gymnasiums*. Unveröffentlichte Examensarbeit, Universität Duisburg-Essen.
- Mason, J.; Burton, L. & Stacey, K. (2006). *Mathematisch denken – Mathematik ist keine Hexerei*. München: Oldenbourg. 4., überarbeitete Auflage.
- Rott, B. (2016). Zusammenhänge von Unterrichtsgestaltung und Beliefs zum mathematischen Problemlösen (ProKlaR). *Beiträge zum Mathematikunterricht 2016*. WTM.