

## Empirischer Vergleich von drei Unterrichtsmethoden zur Umwandlung von Volumeneinheiten

Ziel dieser Studie ist es, dass sowohl der kurzfristige als auch der langfristige Lernerfolg dreier Methoden empirisch miteinander verglichen werden. Es werden die Methoden, die unterschiedlichen didaktischen Ansätzen folgen, vorgestellt und inferenzstatistisch verglichen (N= 28, 28, 29, Gymnasium, 5. Jahrgangsstufe).

### 1. Zur Entwicklung von Größenvorstellung

Das Erlernen von Größenvorstellung ist vielfältig, komplex und erfordert eine Vernetzung innerhalb verschiedener Aspekte (Franke, 2003, S. 177f.). Der Entwicklung von Größenvorstellungen und von Größenbegriffen liegt ein Abstraktionsprozess zugrunde, ähnlich wie beim Erwerb des Zahlbegriffs. Es handelt sich um einen individuellen und aktiv-konstruktiven Prozess, welcher nicht nur durch die kognitiven Kompetenzen eines Kindes bedingt wird, sondern auch durch die subjektiven Erfahrungen, die es sammelt (Käpnick, 2014, S. 73).

### 2. Vorstellung der Unterrichtsmethoden

#### a) Einheitentafel-Methode (E)

Die Einheitentafel weist eine ähnliche Struktur auf wie die Stellenwerttafel, die im Primarbereich eingeführt wird, um Zahlen im Zahlenraum 10, 100, 1000 usw. darzustellen (Abb. 1). Anhand einer einzigen Darstellung kann die Umwandlung einer festen Größe in mehrere Einheiten abgelesen werden – nur das Komma verschiebt sich dabei.

m <sup>3</sup>			dm <sup>3</sup> (= l)			cm <sup>3</sup> (= ml)			mm <sup>3</sup>		
H	Z	E	H	Z	E	H	Z	E	H	Z	E
0	0	0	0	0	0	0	4	7	1	0	0

Abb. 1: Methode Einheitentafel  $47100 \text{ mm}^3 = 47,1 \text{ cm}^3 (\text{ml}) = 0,0471 \text{ l dm}^3 (\text{l}) = 0,000047 \text{ m}^3$ .

#### b) Fünf-Schritt-Methode (Rezeptmethode, S)

Eine Liste von kurzen, eindeutigen und verständlichen Schritten wird formuliert, die zur Einheitenumwandlung führen (allgemeine Darstellung der Methode und Kritik in Heimlich & Wember, 2007, S. 266). Um diesen Zusammenhang zwischen Maßzahl und Maßeinheit visualisieren zu können, wird bei jeder Umwandlung eine Skizze angefertigt (Abb. 2, Schritt 2). Sie veranschaulicht die eigentlich antiproportionale Beziehung zwischen Maßzahl

und Einheit bei gleichem Größenwert mit einer additiven Struktur, ist also lediglich eine Gedankenstütze.


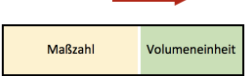

Schritt 1:	Wird die Volumeneinheit <b>größer</b> (oder <b>kleiner</b> ) werden?	0,0471 dm <sup>3</sup> (in cm <sup>3</sup> ) oder 0,0471 l (in ml)
Schritt 2:	Die Maßzahl wird dadurch <b>kleiner</b> (oder <b>größer</b> ). Merkhilfe: a)  b) 	Die Volumeneinheit <b>wird kleiner</b> . Die Maßzahl wird dadurch <b>größer</b> . Merkhilfe: b) 
Schritt 3:	Komma setzen. Verschiebung nach <b>links</b> (oder <b>rechts</b> ).	Komma nach <b>rechts</b> verschieben.
Schritt 4:	Maßzahl umstellen. (Umrechnungsfaktor) <i>TIPP: Achte auf die Hochzahl der Volumeneinheit!</i>	Umrechnungsfaktor bei Volumen ist 1000 (wegen cm <sup>3</sup> ).
Schritt 5:	Maßzahl und Volumeneinheit angeben.	47,1 cm <sup>3</sup> oder 47,1 ml

Abb. 2: 5-Schritt-Methode zur Umwandlung von 0,0471 dm<sup>3</sup> (l) in cm<sup>3</sup> (ml). Kurzformulierung für Lehrkräfte links, Musterlösung der Lernenden rechts.

### c) Repräsentanten-Methode (R)

Um verschiedene Repräsentationsebenen zu verzahnen, können Repräsentanten zur Vorstellung von Größen beitragen (Radatz & Schipper, 1983, S. 62). Zu jeder Einheit wird jeweils ein Vergleichsobjekt mit der Klasse festgelegt, z. B. 1 großer Kühlschrank für 1 m<sup>3</sup>.

Volumen:	1 mm <sup>3</sup>	1 cm <sup>3</sup>	1 dm <sup>3</sup>	1 m <sup>3</sup>
Beispiel:	= 1 Salzkorn	= 1 Würfelzucker	= 1 Milchtüte	= 1 Müllgroßbehälter

Abb.3: Beispiele für alltagsbezogene Repräsentanten für Volumenangaben.

So wird beim Lesen oder Hören der bezeichneten Größe automatisch ein visuelles und/oder auditives Bild im Arbeitsgedächtnis aufgerufen (ebd., S. 124). Die Idee ist, dass Größenbegriffe hierdurch schneller erarbeitet und die Fähigkeit des Umwandeln von Größen gefördert werden können, da beim Arbeiten mit Größen immer eine Assoziation mit den Repräsentanten stattfindet.

## 3. Interventionsstudie

### 3.1 Durchführung

85 Lernende aus drei Klassen (N = 28, 28, 29) eines rheinland-pfälzischen Gymnasiums lösen zu unterschiedlichen Zeitpunkten (Pre-, Post-, Follow-up-Test) innerhalb von 15 Minuten verschiedene Aufgaben zum Thema Umwandlung von Längen-, Flächen- und Volumeneinheiten. Die Antworten der Schülerinnen und Schüler werden dabei nur als „richtig 1“ oder „falsch

0“ codiert (Single Select) und pro Testzeitpunkt aufsummiert. Zwischen Pre- und Posttest wurden die verschiedenen Klassen mithilfe der drei Unterrichtsmethoden jeweils für sechs Unterrichtsstunden durch die Erstautorin unterrichtet. Dabei wurden Volumeneinheiten zunächst neu eingeführt und dann umgewandelt. Auf größtmögliche Parallelität innerhalb der drei Methoden wurde geachtet. Im Anschluss an die Leistungstests wurde die Motivation der Schüler („Persönliches und Situationales Interesse“) mittels eines Multiple-choice-Tests (Kauertz & et al., 2011, S. 117ff.) erfasst.

### 3.2 Ergebnisse

Jede Unterrichtsmethode hat einen signifikanten positiven Effekt auf die Fähigkeit zur Umwandlung von Längen-, Flächen- und Volumeneinheiten. Werden die Aufgabenkategorien einzeln betrachtet, so ist ersichtlich, dass die 5-Schritt-Methode vor allem die Fähigkeit zur Umwandlung von Volumeneinheiten (12 Aufgaben) um +45 % (Pre-Post-Vergleich, Abb. 4) verbessert. Es fällt auf, dass sich im Follow-up-Test alle Interventionsgruppen einander annähern, unwesentlich welche Ausgangslage vorhanden war.

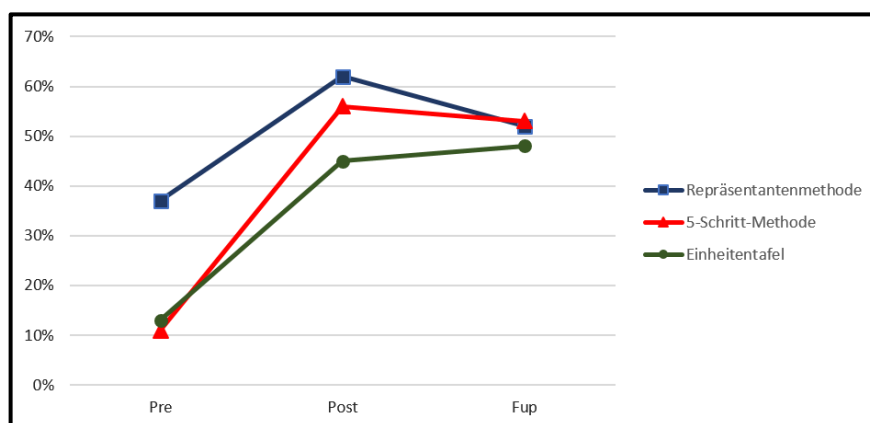


Abb.4: Zeitliche Entwicklung der Leistung bei 12 Volumenaufgaben.

Der Lernzuwachs ist nach Berücksichtigung der verschiedenen Ausgangslagen (insbesondere bei der Repräsentantengruppe) unter allen drei Methoden in der 5-Schritt-Methode signifikant am stärksten ( $\chi^2(2) = 7,5$   $p=.023$  im Likelihoodquotiententest zum Vergleich zweier gemischter linearer Regressionen, jeweils mit und ohne Interaktion von Zeit und Intervention).

Auch in den Längen- und Flächenaufgaben (jeweils 4 Aufgaben) waren die Leistungssteigerungen in allen 3 Gruppen signifikant, obwohl in allen Interventionen keine Längen- und Flächeneinheiten thematisiert oder geübt wurden. Die Motivation war in allen drei Gruppen durchgängig gut. Eine Kontrolle von Motivation sowie Halbjahresnote und Vergleichsarbeitsnote blieb ohne Einfluss auf die hier berichteten Ergebnisse.

#### 4. Interpretation und Ausblick

Aus dieser empirischen Arbeit geht zwar hervor, dass die 5-Schritt-Methode in dieser Studie zum größten Lernzuwachs führt. Bei der Interpretation dieses Ergebnisses ist allerdings größte Vorsicht geboten. Zum einen hatten alle drei Gruppen bereits vorher Unterricht zu Längen- und Flächeneinheiten, der nach Befragung der Lehrkräfte der 5-Schritt-Methode am nächsten kam. Der Vergleich der drei Methoden ist deshalb, und wegen möglicherweise einsetzendem Deckeneffekt in der R-Gruppe, verzerrt. Zum anderen wurde nur die Kalkülperformanz getestet. Mindestens gleichberechtigt wäre demgegenüber das Verständnis der Einheitenumwandlungen zu erheben. Erst in der Berücksichtigung von Rechensicherheit *und* Verständnis kann eine normative Bewertung der verschiedenen Methoden vorgenommen werden. Für eine Folgestudie wäre es hierfür wohl erforderlich, dass alle Gruppen vorher noch keine Größenbereiche in der Sekundarstufe neu behandelt haben.

Erstaunlich ist der Effekt, dass auch die nicht behandelten Flächen- und Längeneinheiten vom Unterricht zu den Volumeneinheiten profitierten – und dies unabhängig von der Methode. Möglicherweise gibt es einen Transfereffekt, wenn man sich mit einem Größenbereich intensiv auseinandersetzt und an diesem die grundsätzlichen Strukturen bewusst werden. Auch wenn sich eine Methode als überlegen erweisen sollte, gilt für die Unterrichtspraxis, dass die Unterrichtsmethoden individuell der Klasse angepasst werden sollten und insbesondere sich gegenseitig ergänzen können. Je nach Lernvoraussetzung kann zunächst beispielsweise der Einstieg mit Hilfe der Repräsentanten-Methode erfolgen, um die Größenvorstellung zu festigen. Die Kalkülperformanz kann durch die 5-Schritt-Methode gesichert werden. Bei Bedarf kann die Einheitentafel zur Übung genutzt werden, um an Bekanntes anzuknüpfen.

#### Literatur

- Franke, M. (2003). *Didaktik des Sachrechnens in der Grundschule*. Heidelberg: Spektrum.
- Heimlich, U., & Wember, F. (2007). *Didaktik des Unterrichts im Förderschwerpunkt Lernen: ein Handbuch für Studium und Praxis*. Stuttgart: Kohlhammer.
- Käpnick, F. (2014). *Mathematiklernen in der Grundschule*. Heidelberg: Springer Spektrum.
- Kauertz, A., & et al. (2011). *Dokumentation der Erhebungsinstrumente im Projekt PLUS*. Essen: Universität Duisburg-Essen.
- Radatz, H., & Schipper, W. (1983). *Handbuch für den Mathematikunterricht an Grundschulen*. Hannover: Schroedel.