

Von Anamaya bis John Neper – Mathematikgeschichte in Schulbüchern der Grundschule

Innerhalb internationaler Studien wurde in den letzten Jahren die Mathematikgeschichte in Schulbüchern in den Blick genommen. So beispielsweise für den griechischen Raum bei Xenofontos und Papadopoulos (2015) sowie Thomaidis und Tzanakis (2010) oder für den norwegischen Raum bei Smestad (2002, 2003) und für den polnischen Raum bei Lakoma (2000). Bei Boyé u.a. (2010) findet sich zudem eine ganze Sammlung von kurzen Beschreibungen der Stellung von Mathematikgeschichte in Schulbüchern. Im deutschsprachigen Raum dagegen war bisher noch nicht bekannt, welche Typen mathematikhistorischer Aufgaben den Lehrerinnen und Lehrern in Schulbüchern zur Verfügung stehen. Dabei ist das Schulbuch ein durchaus bedeutsames Medium im Unterricht wodurch vermutlich die meisten Beispiele zur Mathematikgeschichte in den Unterricht gelangen. Um dieses Forschungsdesiderat anzugehen, wurden in der vorliegenden Untersuchung 151 Beispiele in 43 Schulbüchern identifiziert und typisiert. Die gefundenen Beispiele wurden anhand von bestimmten Merkmalen untersucht. Von Bedeutung war dabei ihr Bezug zur mathematischen Gegenwart, der Verweis auf Veränderungen der gezeigten Mathematik durch Alteritätserfahrungen, die Darstellung von mathematische handelnden Personen und die Anregung der Lernenden durch Informationen, Handlungsaufforderungen oder Reflexionsanlässen.

Neben einigen einzelnen Aufgabenformaten bieten Grundschulbücher zum großen Teil Projektseiten mit mathematikhistorischem Hintergrund an. So beispielsweise die Themenseite zu Zahlenschnüren in Rinkens, Hönisch & Träger (2011, S. 21). Der Einstieg in die Themenseite wird mit einem bunten Bild und einer kleinen Geschichte gestaltet:

„Anamaya war ein Indio-Mädchen. Sie lebte mit ihren Eltern in Peru. Sie hatte zwei Brüder, Huascar und Ruminahui, und zwei Schwestern, Tamia und Joana. Der Stolz der Familie war die große Ziegenherde, die in den Tälern der Anden graste. Zweimal im Jahr wurden die Ziegen gezählt. Die Kinder halfen immer dabei. Um die Zahlen zu behalten, wurden sie nicht aufgeschrieben sondern geknotet. Das hatten schon die Großeltern und deren Großeltern gemacht.“

Danach folgen Fragen zum Text, wie „In welchem Land lebte Anamaya?“, „Wie viele Geschwister hatte Anamaya?“ und „Wobei halfen die Kinder den Eltern?“ Ab Aufgabe 2 beginnt der mathematische Teil, in dem die Lernenden Knotenschnüre in west-arabische Zahldarstellungen übersetzen und Zahlenrätsel zu Knotenschnüren lösen bzw. selbst entwickeln sollen.

Der mathemathistorische Gehalt der Themenseite soll die Knotenschnüre der Indios im peruanischen Hochland aufgreifen. Diese Knotenschnüre, auch Chimpus genannt, gehen auf das Volk der Inkas zurück. Die Inkas lebten ab dem 12. Jahrhundert n. Chr. in den Regionen der heutigen Staaten Bolivien, Ecuador und Peru (Ifrah 1993, S. 121-125). In ihrem Reich wurden Nachrichten mit Zahlenschnüren überbracht. Eine vollkommene Entschlüsselung dieser Quipu existiert bisher noch nicht. Ein Quipu bestand aus einer einen halben Meter langen Hauptschnur und diverser, verschiedenfarbiger Nebenschnüre, die an der Hauptschnur befestigt wurden. Ifrah schreibt, dass durch bestimmte Anzahlen von Knoten und Abständen zwischen Knotenbündeln Zahlen dargestellt wurden. Bis ins 19. Jahrhundert hinein, nutzten die Hirten im peruanischen Hochland diese Form der Buchführung, um ihre Viehbestände zu erfassen. Eine Abwandlung des Quipu ist der Chimpu, der laut Ifrah auch heute noch verwendet wird.

- 2** Anamaya hat drei Schnüre genommen und die Zahl 324 geknotet. Die Knoten sind verschieden dick. Wie hat Anamaya die Knoten gemacht?



Abb. 1: Beispiel mit mathemathistorischem Hintergrund aus einem Schulbuch (Rinkens, Hönisch & Träger 2011, S. 21)

Im Beispiel von Anamaya wird auf die Zahlenschnüre als Chimpu verwiesen. Dazu sollen die Schülerinnen und Schüler anhand eines vorgegebenen Beispiels die Zahl 324 herauslesen ohne vorher die Knüpfweise kennengelernt zu haben (siehe Abb. 1). Für einen Chimpu werden mehrere Schnüre zusammengebunden. Danach werden Knoten geknüpft, die aus einer Schnur oder zwei bzw. drei Schnüre geknotet werden. Für das Beispiel 324 wurden demnach 4 dünne Knoten mit einer Schnur, 2 Knoten mit zwei Schnüren und 3 dicke Knoten mit drei Schnüren geknotet. Die Anzahl der im Knoten verwendeten Schnüre verweist auf die Stellung im Stellenwertsystem. Nach der Übersetzung verschiedener Knoten sollen die Lernenden auf der Themenseite Rätsel zu diesen Zahlenschnüren lösen:

„Meine Zahl hat drei Schnüre und sechs Knoten, mehr dünne als mittlere, mehr mittlere als dicke.“ (Rinkens, Hönisch und Träger, 2011, S. 21)

Für die Jahrgangsstufe drei bewegt sich dieses und andere Zahlenrätsel der Seite im Zahlenraum bis 1000 (Lösung: 123). Im Folgenden wird das vorgestellte Beispiel anhand der in der Untersuchung verwendeten Merkmale eingeordnet:

Durch einen Vergleich heutiger Zahlzeichen und der Zahldarstellung mithilfe des Chimpus wird eine Verbindung zur Zahldarstellung, wie sie die Schülerinnen und Schüler kennen, hergestellt. Dadurch kommen die Lernenden mit einer ihnen fremden Darstellung von Zahlen in Kontakt. Diese Alteritätserfahrung kann zum Erkennen eines Wandels innerhalb mathematischer Darstellungsweisen von Zahlen führen. Eine Thematisierung im Unterricht kann diese Alteritätserfahrung noch verstärken, da die Lernenden in der Auseinandersetzung über die Andersartigkeit der Darstellungsweise ins Gespräch kommen können. Die im Beispiel auftauchenden Personen sind Menschen des „alltäglichen“ Lebens und keine mathematischen Persönlichkeiten. Damit zeigt das Beispiel Menschen, die Mathematik in ihrem „Alltag“ verwenden. Der Einführungstext und die Erklärung in Aufgaben 2 bieten den Schülerinnen und Schülern historische und mathematische Informationen zum Thema. Zu mathematischen Handlungen werden die Lernenden durch die Übersetzungen von Knotenschnüren und das Lösen von Zahlenrätseln aufgefordert.

Diese Einordnung des Beispiels ermöglichte innerhalb der Untersuchung der weiteren Beispiele mit mathematikhistorischem Hintergrund eine Typisierung mithilfe der qualitativen Inhaltsanalyse nach Mayring (2008), der strukturierten Typisierung nach Kelle & Kluge (2010) sowie der Formalen Begriffsanalyse nach Ganter & Wille (1996). Folgende Typen mathematikhistorischer Beispiele konnten somit herausgearbeitet werden: gegenwartsbezogen und informativ, gegenwartsbezogen und handelnd, vergangenheitsbezogen und informativ, vergangenheitsbezogen und handelnd sowie personalisierend. Das oben beschriebene Beispiel von Anamaya ist dem gegenwartsbezogen und informativen Typen zuzuordnen. Es bietet sowohl mathematische Handlungen, als auch einen Bezug zur gegenwärtig von den Schülerinnen und Schülern verwendeten Mathematik. Die in der Untersuchung gefundenen Typen lassen sich in ähnlicher Weise auch in der internationalen Forschung finden. Beispielsweise konnte die bei Xenofontos und Papadopoulos (2015) gefundene Zuordnung in informierende und handelnde Beispiele reproduziert werden. Auch die von ihnen beschriebene Darstellung großer Persönlichkeiten war in der deutschen Untersuchung ausschlaggebend für einen eigenen Typ: den personalisierenden Typen.

Insgesamt bieten mathematikhistorische Beispiele in Grundschulbüchern die Möglichkeit die Vergangenheit an die eigene Gegenwart zu knüpfen, die

Mathematik als einen fortlaufenden Prozess der Entwicklung bzw. Veränderung wahrzunehmen, sich mit Personen auseinanderzusetzen, die Mathematik in ihrem „Alltag“ anwenden, und die eigenen mathematischen Handlungen in Bezug zu den eigenen Zielen wahrzunehmen sowie deren Zweck zu verstehen. Geschichte der Mathematik leistet damit einen Beitrag zur mathematischen Bildung der Schülerinnen und Schüler und kann die Sicht auf Mathematik als gegenwärtig vollendetes Produkt bzw. Werkzeug für Mathematikerinnen und Mathematiker erweitern.

Literatur

- Boyé, A., Demattè, A., Lakoma, E. & Tzanakis, C. (2010). The history of mathematics in school textbooks. In Barbin, E., Kronfellner, M. & Tzanakis, C. (Hgs.), *History and Epistemology in Mathematics Education: Proceedings of the Sixth European Summer University* (S. 153-163). Wien: Verlag Holzhausen.
- Ganter, B. & Wille, R. (1996). *Formale Begriffsanalyse: Mathematische Grundlagen*. Berlin, Heidelberg, New York u.a.: Springer.
- Ifrah, G. (1993). *Universalgeschichte der Zahlen*. Frankfurt a. M.: Zweitausendeins.
- Kelle, U. & Kluge, S. (2010). *Vom Einzelfall zum Typus: Fallvergleich und Fallkontrastierung in der qualitativen Sozialforschung*. Wiesbaden: Springer.
- Lakoma, E. (2000). History of mathematics in curricula and schoolbooks: a case study of Poland. In Fauvel, J. & Maanen, J. van (Hgs.), *History in Mathematics Education: The ICMI Study* (S. 19–29). Dordrecht: Kluwer.
- Mayring, P. (2008). *Qualitative Inhaltsanalyse: Grundlagen und Techniken*. Weinheim/Bergstr. & Basel: Beltz.
- Rinkens, H.-D., Hönisch, K. & Träger, G. (2011). *Welt der Zahl 3*. Braunschweig: Schroedel.
- Smestad, B. (2002). *Matematikkhistorie i grunnskolens lærebøker: En kritisk vurdering*. *Alta*, S. 1–61.
- Smestad, B. (2003). Historical topics in Norwegian textbooks. In Bekken, O. & Mosvold, R. (Hgs.), *Study the master* (S. 163–168). Göteborg: Nationellt Centrum för Matematikutbildning.
- Thomaidis, Y. & Tzanakis, C. (2010). The implementation of the history of mathematics in the new curriculum and textbooks in Greek secondary education. In Durand-Guerrier, V., Soury-Lavergne, F. & Arzarello, F. (Hgs.), *Proceedings of CERME 6* (S. 2801–2810). Lyon: Institut national de recherche pédagogique.
- Xenofontos, C. & Papadopoulos, C. E. (2015). *Opportunities of learning through the history of mathematics: the example of national textbooks in Cyprus and Greece*. URL: <http://www.cimt.org.uk/journal/xenofontos.pdf>.