

Sichtweisen von Grundschulkindern auf negative Zahlen – Metaphernanalytisch orientierte Erkundungen

1. Theoretischer Hintergrund und Untersuchungsdesign

Auch wenn negative Zahlen i. d. R. erst im Mathematikunterricht der Sekundarstufe I explizit thematisiert werden, entwickeln einige Grundschul Kinder bereits Vorstellungen zu diesen Zahlen. Dieses Phänomen findet in der Mathematikdidaktik unter konstruktiver Perspektive, im Rahmen der Entwicklung von Unterrichtskonzepten bzw. Lernarrangements zu negativen Zahlen für die Grundschule, sowie unter rekonstruktiver Perspektive, im Sinne der Untersuchung der Lernvoraussetzungen von Grundschulkindern im Hinblick auf den Umgang mit negativen Zahlen, Berücksichtigung.

Unter rekonstruktiver Perspektive wurden im Rahmen einer Studie mit 291 Lernenden der Klassen 3 und 4 deren vorunterrichtliche Vorstellungen, die sog. Lernerperspektiven, in den Blick genommen (vgl. Rütten 2016). Lernerperspektiven werden dabei verstanden als die meist situationsabhängig aktivierten Schichten einer konzeptuellen Domäne (vgl. Petri & Niedderer 2001; Rütten 2016). Rekonstruierbar sind entsprechende Lernerperspektiven über die Sprache, wobei Metaphern als Schlüssel dienen können. Über Systeme sprachlicher Metaphern, sog. Lexemmetaphern lassen sich konzeptuelle Metaphern als kognitive Strukturen erschließen (vgl. Lakoff & Johnson 1980). Arithmetische Grundmetaphern dienen der Konzeptualisierung (natürlicher) Zahlen und Rechenoperationen, und als solche Grundmetaphern können die Object-Manipulation-Metapher (OM-Metapher) und die Motion-Along-a-Path-Metapher (MaP-Metapher) identifiziert werden (vgl. Lakoff & Núñez 1997, 2000). Diese sind Grundlage und Ausgangspunkt für die Lernende in ihrem Vorstellen und Verstehen negativer Zahlen.

Zur Erkundung entsprechender Lernerperspektiven dienten in der erwähnten Untersuchung als Erhebungsverfahren eine schriftliche Befragung aller 291 Lernenden anhand eines an niederländischen Testformaten orientierten Aufgabenbogens sowie problemzentrierte Interviews mit 47 dieser Lernenden zu deren schriftlichen Bearbeitungen. Für die Auswertung der Aufgabenbögen und transkribierten Interviews wurde eine mathematikdidaktikspezifische systematische Metaphernanalyse entwickelt. Außerdem wurden Aufgabenbögen und Videoaufzeichnungen bzw. Transkripte der Interviews inhaltsanalytisch untersucht.

2. Ergebnisse

Die Erkundung der Lernerperspektiven zeigte ein breites Spektrum an Sichtweisen von Grundschulkindern auf negative Zahlen, wobei Metaphernanalyse und qualitative Inhaltsanalyse jeweils unterschiedliche Dimensionen entsprechender Vorstellungen eröffnen.

Das durch die Inhaltsanalyse aufgespannte Breitenspektrum reicht von mathematischen Konventionen entsprechenden Sichtweisen bis zu idiosynkratischen Bezeichnungen und unkonventionellen Betrachtungen negativer Zahlen. Beispiele entsprechender Phänomene sind eine bzgl. der Operationen bzw. der Ordnungsrelation bei null geteilte Zahlengerade (vgl. Rütten 2016, S. 249 ff.) sowie als Zahlen kleiner null aufgefasste mit null beginnende Dezimalbrüche (vgl. Rütten 2016, S. 256 ff.).

Mittels Metaphernanalyse lässt sich aus den Aktivierungsmustern der Grundmetaphern das Tiefenspektrum der Lernerperspektiven rekonstruieren. Lernende, die lediglich die OM-Metapher zur Konzeptualisierung nutzen, zeigen meist keine oder sehr undifferenzierte Kenntnisse bzgl. negativer Zahlen. Wohingegen Lernende, die Zahlen und Operationen MaP-metaphorisch konzeptualisieren, sowie Lernende, die metaphernpluralistisch sowohl OM- als auch MaP-Metapher aktivieren, i. d. R. umfassende Kenntnisse bzgl. negativer Zahlen erkennen lassen. Bei einem Metaphernpluralismus kann jedoch das z. T. hierarchische Verhältnis der konzeptuellen Metaphern die Vorstellungen limitieren.

Insgesamt implizieren die Ergebnisse der skizzierten Studie eine gewisse Notwendigkeit der Anbahnung einer entsprechenden Zahlbereichserweiterung in der Grundschule, bei der sich die Diversität der Lernerperspektiven als Lernchance begreifen und nutzen lässt.

Literatur

- Lakoff, G. & Johnson, M. (1980). *Metaphors we live by*. Chicago: University of Chicago Press.
- Lakoff, G. & Núñez, R. E. (1997). The metaphorical structure of mathematics: Sketching out a cognitive foundation for a mind-based mathematics. In L. D. English (Hrsg.), *Mathematical reasoning. Analogies, metaphors, and images* (S. 21–89). Mahwah: Erlbaum.
- Lakoff, G. & Núñez, R. E. (2000). *Where mathematics comes from. How the embodied mind brings mathematics into being*. New York: Basic Books.
- Petri, J. & Niedderer, H. (2001). Kognitive Schichtenstrukturen nach einer UE Atomphysik (Sek II). *Zeitschrift für Didaktik der Naturwissenschaften*, 7, 53–68.
- Rütten, C. (2016). *Sichtweisen von Grundschulkindern auf negative Zahlen. Metaphernanalytisch orientierte Erkundungen im Rahmen didaktischer Rekonstruktion*. Wiesbaden: Springer.