

Zu Denkprozessen von Schülerinnen und Schülern bei mathematischen Problemlöseaufgaben: offene Lernsituationen am außerschulischen Lernort Mathematik

1. Denkprozesse im Kontext der Experimente-Werkstatt Mathematik

Das Initiieren und Verstehen mathematischer Denkprozesse von Lernenden stellt einen zentralen Aspekt für das Gestalten von Lernkontexten dar. Mathematische Denkprozesse von Schülerinnen und Schülern sind vielgestaltig und von außen nicht unmittelbar erkennbar (Nührenbörger & Schwarzkopf 2010). Die Rekonstruktion möglicher Gedankengänge aus mathematischen Äußerungen von Schülerinnen und Schülern zählt daher zu einer bedeutenden mathematikdidaktischen Aufgabe (Steinbring 1999).

Das Anregen von mathematischen Denkprozessen bei Kindern und Jugendlichen mit unterschiedlichen Lernständen, inhaltlichen wie emotionalen Interessenslagen und Arbeitsweisen sowie differierender Lernbereitschaft und -möglichkeit ist ein zentrales Anliegen des außerschulischen Lernorts „Experimente-Werkstatt Mathematik“ der Universität Halle-Wittenberg. Das Konzept der Experimente-Werkstatt greift den Ansatz der Selbstdifferenzierung im sozialen Kontext von Freudenthal und Wittmann auf: „Der Schlüssel dafür liegt in Lernangeboten, die eine niedrige Eingangsschwelle haben, einen bestimmten Grundbestand von Kenntnissen und Fertigkeiten sichern und [...] Kindern Optionen ermöglichen, die sie nach ihren individuellen Möglichkeiten wahrnehmen können.“ (Wittmann 2010, S. 63) Angebote zur experimentellen Auseinandersetzung mit mathematischen Fragen, die bewusst (hinsichtlich der Ausgestaltung, nicht aber in der mathematischen Reichhaltigkeit) einfach und offen gehalten sind und so der Freude an der entdeckenden Beschäftigung, dem Ideenreichtum und der Kreativität bewusst Spielraum und Anregung geben, können hier einen Ansatzpunkt liefern, Schülerinnen und Schüler mit ganz unterschiedlichen Lern- und Wissensvoraussetzungen zur eigenen vertieften mathematischen Beschäftigung anzuregen.

Die über 50 konkreten und zugleich sehr unterschiedlichen Angebote aus allen Kernbereichen der Mathematik sind durch einen experimentell händischen, symbolhaft und graphisch veranschaulichten sowie audiovisuell aufbereiteten Zugang gekennzeichnet. Durch Zugangsangebote über verschiedene Sinne wird für Lernende gezielt die Basis dafür geschaffen, entsprechend den eigenen Möglichkeiten und Interessen den individuell adäquaten Ausgangspunkt für selbstständige Erforschungen zu finden und wählen zu können. Selbstdifferenzierende Erkundungsaufgaben, die für eine Bearbeitung auf unterschiedlichem Vorwissen, mit unterschiedlichen

und selbst festlegbaren Teilfragen und für unterschiedliche Bearbeitungsansätze aufbereitet sind, gestatten individuell geprägte Zugänge. Kognitive Aktivitäten, wie die aktiv-kreative Suche nach Ideen zu Problemfindung, -verständnis, -formulierung und -lösung, zu Reflexion der eigenen Ideen und des eigenen Vorgehens, stehen gezielt im Mittelpunkt (Kurow & Richter 2016).

2. Forschungsansatz

Offene Aufgabenstellungen wie in der Experimente-Werkstatt Mathematik, die den Lernenden die Möglichkeit zu selbstgesteuerter, selbsttätiger experimenteller Auseinandersetzung mit Mathematik geben, können das Anregen von mathematischen Denkprozessen begünstigen. Die Bedeutsamkeit offener Untersuchungsangebote und –kontexte für Schülerinnen und Schüler, die eine selbstständige und nachhaltige Beschäftigung mit Mathematik ermöglichen, veranlasst, die damit verbundenen Denkprozesse der Lernenden näher zu beleuchten. Als erster Schritt ist zu diesem Forschungsziel der Ansatz beobachtender Begleitung der Lernenden (Methodik: Videografierung) während ihrer Beschäftigung mit dem mathematischen Problem sowie der eigenständigen Protokollierung ihrer Überlegungen dabei (Methodik: Textinterpretation) gewählt worden. Er ist auf eine erste Annäherung an die Rekonstruktion von möglichen Gedankengängen eigenaktiv Lernender gerichtet. Im Beitrag werden erste Ansätze zur textinterpretativen Rekonstruktion von Lernprotokollen vorgestellt. In der Experimente-Werkstatt Mathematik erhalten alle Kinder und Jugendlichen ein offenes, motivierendes Angebot sich mitzuteilen: die „Superidee“. Auf einem (Denk-)Protokoll-Blatt findet sich lediglich ein Impuls mit Aufforderungscharakter: *Beschreibe, was du Mathematisches entdeckt hast!* Lassen sich aus diesen Protokollen Rückschlüsse über das problembezogene Denken der Schülerinnen und Schüler ziehen?

3. Exemplarische Voruntersuchung dieses Ansatzes

Untersuchungsdesign: Mit dem Ziel der Hypothesengenerierung zu dieser Fragestellung wurde eine qualitative Voruntersuchung durchgeführt. Abhängig von den ersten Ergebnissen kann das Untersuchungsdesign ggf. angepasst werden.

Die Untersuchung des problembezogenen Denkens bei Schülerinnen und Schülern an offenen Problemlöseaufgaben wurde in der Experimente-Werkstatt Mathematik durchgeführt. Die offenen Aufgabenangebote der Werkstatt sind durch minimale Materialvorgabe und knappen Aufgabenimpuls gekennzeichnet. Offenheit bedeutet hier die Möglichkeit, eigene Probleme zu finden und diesen nachzugehen, und/oder die offene Bearbeitung

vorgeschlagener Probleme. Die Probanden wählen zunächst eine individuell interessierende Anregung aus dem Gesamt-Aufgabenangebot aus, mit welcher sie sich auseinandersetzen wollen. Ihre ausgewählten Fragen bearbeiten sie eigenständig und in frei wählbarer Sozialform. Im Arbeitsprozess an einem Lernangebot werden die Lernenden nicht direkt von Lehrenden betreut, können jedoch Hilfe durch Lehrende einfordern. Zum vorgegebenen Material gehört eine extrinsisch motivierende Aufforderung zur Verschriftlichung des Lösungsweges („Superidee“). Während des Bearbeitungsprozesses wird auf einen direkten Eingriff verzichtet, um die Natürlichkeit der Situation nicht zu stören, die Lernenden nicht zu beeinflussen um den Prozess möglichst originär abbilden zu können. Die Rekonstruktion der Denkprozesse erfolgt im Anschluss mit Hilfe der Textinterpretation.

Erste Ergebnisse und Hypothesenableitung: Die exemplarische Auswertung der schriftlichen Schüleräußerungen erfolgte mit Hilfe eines induktiv gebildeten Auswertungsschemas. Die hierbei abgeleiteten Hypothesen sollen im Folgenden dargestellt werden.

Die Offenheit der Aufgabenstellung in Einheit mit der Minimalität der Vorgaben ermutigt die Lernenden zu selbstbewusster Auseinandersetzung. Das Werkzeug Mathematik wird im Bearbeitungsprozess eigenständig herangezogen. Fast allen Schülerinnen und Schülern, gelingt es, ungeachtet ihres Vorwissen sowie ihrer Lern- und Leistungsmöglichkeiten, ihr individuell verfügbares Wissen selbstständig zu aktivieren und dieses in einem neuen, ungewohnten Kontext zu nutzen. Diese Form der Aufgaben ermöglicht so eine eigenständige, resultatorientierte Bearbeitung bis zum individuell befriedigenden Ergebnis. Die Verschriftlichung des Lösungsweges mit Hilfe des sehr offen angelegten Denkprotokolls „Superidee“ ermöglicht für die Interpretation erste Einsichten in Denkschritte der Lernenden anhand der Verschriftlichungen. Die oft typische Knappheit der Formulierungen lassen die Denkprozesse jedoch nur in Form eines bruchstückhaften „Denk-Puzzles“ erkennen. Bei Gruppenarbeit ist zudem kaum erkennbar, wie sich bei der Verschriftlichung das gemeinsame Arbeiten widerspiegelt. Die Verschriftlichung zwingt die Lernenden zur (Aus-)Formulierung von Ideen, Ansätzen, Umsetzungen. Dieser Prozess wurde durch einen geringen Fachwortschatz nicht beeinträchtigt. Die Verschriftlichung gelingt in der Regel in nachvollziehbarer Gedankenstrukturierung. Die Schülerinnen und Schüler der Voruntersuchung waren diesen Anforderungen in bemerkenswertem Umfang durch alle Schuljahrgangsstufen und Bildungsformen gewachsen und bewältigten eine verbale (in Kombination mit math. Symbolik) Verschriftlichung.

4. Fazit und Ausblick

Das offene, motivierende Denkprotokoll der „Superidee“ zeigte sich als leistungsstarkes Werkzeug, um für Lernende eine *eigene* Reflexion über Denk- und Lösungsprozesse anzustoßen. Zugleich ermöglicht sie im Kontext mathematikdidaktischer Forschung Einblicke in (typische) Denkbau- steine der Lernenden und das Stützen von Vermutungen über Denkschritte (Hypothesenstützung).

Die Voruntersuchung verdeutlichte aber auch, dass die Abbildung des voll- ständigen Denkprozesses der Lernenden mit Hilfe der Superidee nicht möglich ist. Die Schülerinnen und Schüler nehmen während der Verschrift- lichung eine Filterung vor. Sie wählen in der Verschriftlichung aus, was *ihnen* an ihrem Denkprozess wichtig ist. Daneben bestimmen sie die Wortwahl der Verschriftlichung selbstständig. Dies führt zur Schwierigkeit der Interpretation als Widerspiegelung des zu sagen Beabsichtigten. Auf- grund dieser Ergebnisse soll der oben beschriebene Forschungsansatz er- gänzt werden. Neben der Fortsetzung der Analyse der schriftlichen Äuße- rungen werden die Schülerinnen und Schüler während des gesamten Bear- beitungsprozesses videografiert (ohne Partizipation der forschenden Per- son). Zusätzlich wird das Untersuchungsdesign durch text- und videogra- fiegestützte Interviews ergänzt. Mit Hilfe des neuen Untersuchungsdesigns kann so die mathematische Auseinandersetzung mit offenen Problemstel- lungen optisch und akustisch wissenschaftlich begleitet werden. Ziel ist es, das Erschließen von Denkprozessen als Ganzes anzubahnen und so einer wissenschaftlichen Betrachtung als Grundlage dienen zu können.

Literatur

- Kurow, J. & Richter, K. (2016). Mathematik mit allen Sinnen – offen differenzierende Experimente als Konzept in der Lehrerbildung. In J. Leuders et al. (Hrsg.), *Mit He- terogenität im Mathematikunterricht umgehen lernen – Konzepte und Perspektiven für eine zentrale Anforderung an die Lehrerbildung* [12 S.]. Berlin, Heidelberg: Springer.
- Nührenbörger, M. & Schwarzkopf, R. (2010). Einführung: Mathematische Denkprozes- se von Kindern. In C. Böttinger et al. (Hrsg.), *Mathematik im Denken der Kinder. Anregungen zur mathematikdidaktischen Reflexion* (S. 8–16). Seelze: Kallmeyer, Klett.
- Steinbring, H. (1999). Die künstlichen Objekte der Mathematikdidaktik und ihr theore- tischer Charakter. In Ch. Selzer, G. Walther (Hrsg.), *Mathematikdidaktik als design science*. (S.226–233). Leipzig: Klett Grundschulverlag.
- Wittmann, E. Ch. (2010). Natürliche Differenzierung im Mathematikunterricht der Grundschule – vom Fach aus. In P. Hanke et al. (Hrsg.), *Anspruchsvolles Fördern in der Grundschule* (S. 63–78). Münster: Zentrum für Lehrerbildung.