Lara VANFLOREP, Bergische Universität Wuppertal, DE

Mathematische Verstehensprozesse aus fachdidaktischer und reformpädagogischer Perspektive – erste Orientierungen und theoretische Überlegungen

Im Zuge aktueller schulpraktischer Anforderungen erfährt die Frage nach den Einflussfaktoren individualisierender bzw. diskursiver Lernprozesse auf die Prozesse des Verstehens und der Begriffsentwicklung in der mathematikdidaktischen Forschungslandschaft eine hohe Aufmerksamkeit. Brandt (2009) stellt in diesem Kontext eine Tendenz zum individualisierten Mathematikunterricht statt zu einer durch Kommunikation geprägten Unterrichtskultur fest. Damit geht auch die Diskussion einher, inwiefern ein solcher Mathematikunterricht den aktuellen Erkenntnissen der mathematikdidaktischen Forschung gerecht wird, welche die soziale Interaktion und Kommunikation als zentral betrachtet für die Entwicklung neuen mathematischen Wissens (vgl. u.a. Nührenbörger, 2009, S. 147).

In der mathematikdidaktischen Diskussion liegen in diesem Zusammenhang jedoch bisher kaum empirisch gesicherte Ergebnisse hinsichtlich der Frage vor, wie mathematisches Verstehen im Unterricht *der Montessori Pädagogik* generiert wird (vgl. Thom, 2010, S. 1). Ein aktuell anlaufendes Forschungsprojekt widmet sich deshalb der Analyse von Verstehensprozessen von Grundschulkindern bei der Auseinandersetzung mit Montessori Mathematik Material, da diese individuell angelegten Lernprozessen unterliegen. Für die Forschung ergibt sich daraus die folgende zentrale Frage: Inwiefern beeinflusst und bedingt die individuelle Auseinandersetzung mit dem Montessori Material die Verstehensprozesse und die mathematische Begriffsbildung? Im Forschungsprojekt wird das mathematische Verstehen unter besonderer Berücksichtigung der epistemologischen Besonderheiten mathematischen Wissens im Hinblick auf individualisierende und diskursive Lernprozesse theoriegeleitet analysiert und charakterisiert.

Mathematische Verstehensprozesse aus fachdidaktischer Perspektive – theoretische Überlegungen

Betrachtet man zunächst mathematische Verstehensprozesse aus fachdidaktischer Perspektive, so kann in Anlehnung an Maier (1998) eine Charakterisierung sowohl auf formaler als auch auf inhaltlicher Ebene vorgenommen werden. Die inhaltliche Charakterisierung widmet sich dem Verstehen des *Gegenstandes*, d.h. es wird beschrieben, *was* verstanden werden soll. Die formale Charakterisierung hingegen geht der Frage nach, *das Verstehen zu verstehen*, d.h. es wird beschrieben, *wie* etwas verstanden wird.

Die *Gegenstandsdimension* kann als Bindeglied beider Charakterisierungsebenen betrachtet werden. Sie umfasst die epistemologischen Besonderheiten des mathematischen Wissens und beeinflusst vor diesem Hintergrund sowohl *wie* etwas verstanden wird als auch, *was* zu verstehen ist.

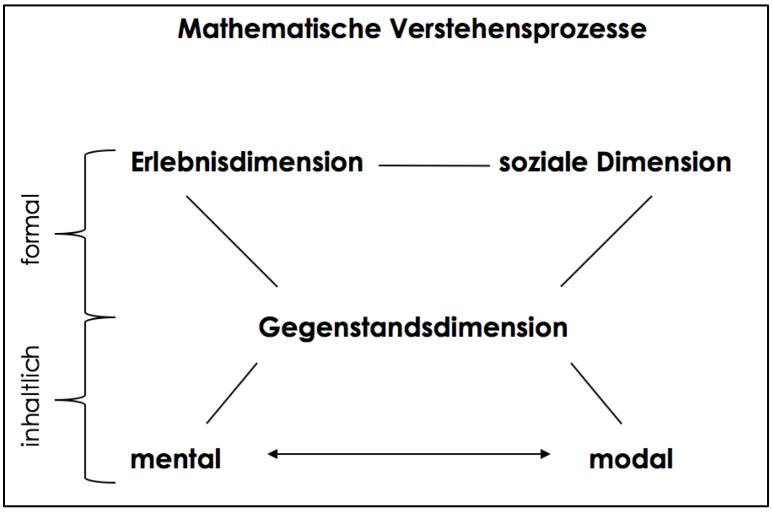

Abbildung 1 Charakterisierungsebenen mathematischer Verstehensprozesse

Nachfolgend wird ein Einblick in die formale Charakterisierung von mathematischen Verstehensprozessen gegeben. Hierbei sind drei Dimensionen maßgeblich: 1.) die oben bereits aufgeführte Gegenstandsdimension sowie 2.) die Erlebnisdimension und 3.) die soziale Dimension (vgl. Heymann, 1996).

1.) Im Vergleich zu anderen Bezugsdisziplinen besteht die epistemologische Besonderheit mathematischen Wissen darin, „dass mathematische Begriffe sich nicht direkt auf Dinge der Welt beziehen, *sondern auf Beziehungen zwischen den Dingen*“ (Steinbring, 1998, S. 162). Eine wesentliche Konsequenz dessen ist, dass Repräsentationssysteme benötigt werden, um über mathematische Begriffe kommunizieren und nachdenken zu können. Im Mathematikunterricht stehen Kinder vor der Herausforderung, dass „Zeichen und Symbole nicht der mathematische Begriff an sich sind; sie verweisen nur auf diesen, sie repräsentieren ihn“ (Schülke & Söbbeke, 2010, S. 18).

2.) Die *Erlebnisdimension* umfasst das Verstehen als mentalen Prozess im Sinne der Kognitionspsychologie (vgl. Thom, 2010, S. 121-171). Hierbei ist die Unterscheidung von relativem und fundamentalem Wissen bedeutsam für die Informationsverarbeitung: Während *relatives* Wissen das vorhandene Wissen lediglich um Fakten erweitert, also neues Wissen in das vorhandene integriert, findet bei der Entwicklung *fundamentalen* Wissens eine Umstrukturierung und Reorganisation des Vorwissens statt (vgl. Miller, 1986, S. 140f.). Aus wahrnehmungspsychologischer Sicht stellt sich Verstehen dann ein, wenn das Individuum in diesen Prozessen Sinn erlebt. Das heißt, die

Erlebnisdimension umfasst immer auch eine subjektive Perspektive auf Verstehensprozesse (zur theoretischen Ausarbeitung des Sinnbegriffs vgl. Vollstedt, 2011).

3.) Die soziale Dimension umfasst zwei Deutungen mathematischer Verstehensprozesse, die sich hinsichtlich der Bedeutung des Individuums bzw. Kollektivs für die Entwicklung mathematischen Wissens unterscheiden (vgl. Bauersfeld, 1994). Die individuell-kognitive Position fokussiert das isolierte Individuum. Lernen findet demnach auf Grundlage der individuellen kognitiven Entwicklung statt. Die kollektive Position hingegen versteht Lernen als die Enkulturation in bereits existierende soziale Strukturen im Sinne der Tätigkeitstheorie. Sie stellt somit den Gegenpol zur individualisierenden Sicht auf Verstehensprozesse dar. Die Mehrheit der aktuellen mathematikdidaktischen Positionen ordnet sich keiner der beiden Pole zu, sondern nimmt eine interaktionistische Perspektive ein: Für die Entwicklung mathematischen Wissens hat *einerseits* die Kommunikation und soziale Interkation an Bedeutung gewonnen, auch wenn von einem individualisierten Lernprozess ausgegangen wird. *Andererseits* ist das Verstehen nicht nur abhängig von der sozialen Interaktion, sondern bedarf ebenso individueller kognitiver Voraussetzungen. Weil das Zusammenwirken beider Ausrichtungen von Bedeutung ist bei der Entwicklung mathematischen Wissens und gleichzeitig für die Beschreibung mathematischer Verstehensprozesse, kann die interaktionistische Perspektive auf Verstehensprozesse als eine Richtung verstanden werden, die beide konträre Pole miteinander verbindet.

Mathematische Verstehensprozesse aus reformpädagogischer Perspektive – ein Ausblick

Zusammenfassend lässt sich festhalten, dass sich mathematisches Verstehen in der Auseinandersetzung mit Repräsentationen mathematischer Begriffe entwickelt. Solche Repräsentationen können Visualisierungen bspw. in Form von Anschauungsmitteln sein. Anschauungsmittel repräsentieren grundlegende mathematische Strukturen und unterstützen das Kind, adäquate mentale Vorstellungsbilder von diesen auszubilden. Das Montessori Mathematik Material wird in der Montessori-Pädagogik unter der Leitidee der *materialisierten Abstraktion* eingesetzt, um dem selbsttätigen Kind einen Zugang zu abstrakten mathematischen Begriffsaspekten zu eröffnen. Die Montessori Mathematik Materialien werden hierbei in dem unterrichtlichen Kontext der Freiarbeit eingesetzt, in welchem sich das Kind individuell-kognitiv, eigentätig – und wenig diskursiv – mit ihnen auseinandersetzt. Ausgehend von der oben dargestellten interaktionistischen Perspektive auf mathematische Verstehensprozesse ergeben sich damit die folgenden Forschungsfragen:

- Inwiefern können einerseits *mathematische Verstehensprozesse* bei der Auseinandersetzung mit Montessori Mathematik Material auf der Grundlage des theoretischen Konstrukts unter besonderer Berücksichtigung der sozialen Dimension konzeptualisiert werden?
- Inwiefern kann andererseits speziell die *soziale Dimension* in dem unterrichtlichen Kontext der Freiarbeit theoretisch charakterisiert werden?
- Inwiefern werden hierdurch die mathematischen Verstehensprozesse und die mathematische Begriffsbildung beeinflusst?

Literatur

Bauersfeld, H. (1994). Theoretical perspectives on interacticion in the mathematics classroom. In R. Biehler, R. W. Scholz, R. Strässer & B. Winkelmann (Hrsg.), *Didactics of mathematics as a scientific discipline* (S. 133-146). Dordrecht: Kluwer.

Brandt, B. (2009). Kollektives Problemlösen - eine partizipationstheoretische Perspektive. *Beiträge zum Mathematikunterricht*.

Heymann, H.W. (1996). *Allgemeinbildung und Mathematik.* Weinheim und Basel: Beltz Verlag

Maier, H. & Steinbring, H. (1998). Begriffsbildung im alltäglichen Mathematikunterricht – Darstellung und Vergleich zweier Theorieansätze zur Analyse von Verstehensprozessen. In *Journal für Mathematik-Didaktik*, 19 (4), 292-329.

Miller, M. (1986). *Kollektive Lernprozesse. Studien zur Grundlegung einer soziologischen Lerntheorie*. Franktfurt/Main: Suhrkamp.

Nührenbörger, M. (2009). Interaktive Konstruktionen mathematischen Wissens – Epistemologische Analyse zum Diskurs von Kindern im jahrgangsgemischten Anfangsunterricht. In *Journal für Mathematik-Didaktik*, 30 (2), 147-172.

Schülke, C. & Söbbeke, E. (2010). Die Entwicklung mathematischer Begriffe im Unterricht. In C. Böttinger, K. Bräuning, M. Nührenbörger, R. Schwarzkopf & E. Söbbeke (Hrsg.), *Mathematik im Denken der Kinder. Anregungen zur mathematikdidaktischen Reflexion* (S. 18-28). Seelze: Klett Kallmeyer.

Steinbring, H. (1998). Mathematikdidaktik: Die Erforschung theoretischen Wissens in sozialen Kontexten des Lernens und Lehrens. In *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 98 (5), 161-167.

Thom, S. (2010). *Kinder lernen entdeckend. Eine hermeneutische Untersuchung zur Konzeption und Realisierung des Mathematikunterrichts Maria Montessoris.* Hildesheim: Franzbecker Verlag.

Vollstedt, M. (2011). *Sinnkonstruktion und Mathematiklernen in Deutschland und Hongkong. Eine rekonstruktiv-empirische Studie*, *Perspektiven der Mathematikdidaktik (Bd. 2).* Wiesbaden: Vieweg + Teubner.