

Das Prozentband als dynamisches Arbeitsmittel im Mathematikunterricht der Sekundarstufe

Die nationale und internationale Forschung hat wiederholt systematische Fehlvorstellungen und Fehlermuster im Bereich der Prozentrechnung bei Schülerinnen und Schülern der Sekundarstufe dokumentiert (für einen Überblick siehe Parker & Leinhardt, 1995). Sowohl Lehrpläne als auch nationale Bildungsstandards heben jedoch die hohe Relevanz von fundierten Kenntnissen und Kompetenzen der Prozentrechnung hervor.

Eine viel versprechende Möglichkeit zum Aufbau tragfähiger Vorstellungen zu mathematischen Konzepten stellt die Einbettung von Arbeitsmitteln im Unterricht der Sekundarstufe dar. Der grundsätzliche Nutzen des Einsatzes von Arbeitsmitteln gilt als gesichert (z.B. Carbonneau, Marley & Selig, 2013), allerdings liegen bisher wenige empirische Kenntnisse über die Rahmenbedingungen, die diese Effektivität beeinflussen und über Indikatoren für effektive Arbeitsprozesse mit Arbeitsmitteln vor. Zudem liegt der Fokus häufig auf dem Primärbereich (vgl. Krauthausen & Scherer, 2007).

Für den Bereich „Prozentrechnung“ werden in Schulbüchern im Wesentlichen Visualisierungen wie das 100er-Quadrat, der Prozentstreifen oder Kreisdiagramme eingesetzt, um konzeptuelles Wissen zum Begriff aufzubauen (Hafner, 2012; Pöhler, Prediger & Weinert, 2016). Dabei basieren die genannten Visualisierungen auf den entsprechenden Visualisierungen der Bruchrechnung und schließen hier insbesondere an den Teil-Ganzes-Aspekt an (Padberg & Wartha, 2017).

Ein eher auf einer Fundierung des Prozentbegriffs als proportionale, normierte Größe basierendes Arbeitsmittel ist das sogenannte Prozentband. Durch die Anordnung von zwei proportional verknüpften Größenbereichen auf einem Zahlenstrahl tritt der ordinale Zahlaspekt deutlicher hervor als bei den o.g. Visualisierungen.

Das Prozentband als Arbeitsmittel

Das Prozentband als konkretes Arbeitsmittel besteht aus einem Lineal und einem elastisch veränderbaren Gummiband, das mit Prozentsätzen markiert ist und durch Ziehen vergrößert bzw. verkleinert werden kann. Wird das Prozentband in der Weise an das Lineal angelegt, dass die Markierungen bei dem Wert 0 (bzw. 0 %) übereinstimmen, können damit weitere Wertepaare (Prozentsatz und korrespondierender Prozentwert) veranschaulicht werden.

Entsprechend eignet sich das Prozentband als Visualisierung zur Strukturierung von Situationsmodellen im Rahmen von Visualisierungsaufgaben, aber auch zur Erarbeitung operativer Beziehungen zwischen Prozentsätzen und -werten.

In einer computerunterstützten (browserbasierten) Version werden das Lineal und das Prozentband durch das Ziehen mit der Maus skaliert und verschiedene Wertepaare durch einfügbare Reiter dargestellt. Durch das Hinzufügen weiterer Reiter können zusätzliche Wertepaare angezeigt werden. Zudem können die Reiter an einer oder an beiden Skalen fixiert werden.

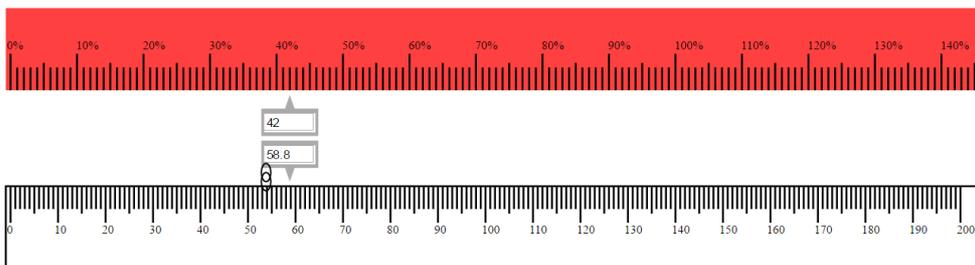


Abb. 1: Computerunterstütztes Prozentband

Prozesse und Wirkungen des Einsatzes des Prozentbandes als Arbeitsmittel im Mathematikunterricht sind bisher wenig untersucht. Erste Studien zur verwandten „double number line“ für Proportionalitäten lassen seine Wirksamkeit im Unterricht der Sekundarstufe jedoch plausibel erscheinen (z.B. KÜchemann, Hodgen & Brown, 2009; Van Den Heuvel-Panhuizen, 2003).

Forschungsprojekt ViPro

Im Rahmen des Forschungsprojekts ViPro (Visualisierungen und Arbeitsmittel in der Prozentrechnung) sollen Voraussetzungen, Prozesse und Wirkungen des Einsatzes des Prozentbandes im Unterricht der Sekundarstufe I und mögliche Moderatoren für seine Wirksamkeit untersucht werden. Die vorliegende Pilotierungsstudie fokussiert Arbeitsprozesse beim Einsatz des computerunterstützten Prozentbandes im Mathematikunterricht der Sekundarstufe, um Hinweise auf mögliche Schwierigkeiten und Potential zu explorieren. Es standen folgende Forschungsfragen im Vordergrund:

1. Lassen sich Muster in der Nutzung des Prozentbandes identifizieren?
2. Wie erfolgt der Transfer des Aufgabentextes in die Darstellung des Prozentbandes?
3. Lassen sich Probleme in der Nutzung des Arbeitsmittels erkennen?

Methodisches Vorgehen

Im Unterricht zweier siebter Klassen (N=50) wurde das computergestützte Prozentband mit zur Verfügung gestellten Laptops eingesetzt. Nach einem

kurzen Pretest (10 min.) zu Basisfertigkeiten im Bereich „Prozentrechnen“ wurde die Funktionsweise des Prozentbandes am Beamer erläutert (15 min.). Anschließend bearbeiteten die Schüler kooperativ in Dyaden vier Aufgaben verschiedener Anforderungsniveaus (20 min.; für die Niveaustufen siehe z.B. Kleine, Jordan & Harvey, 2005). Um die Denkprozesse der Schüler bei der Bearbeitung der Aufgaben untersuchen zu können, wurden die Bildschirmaktivitäten sowie die verbale Interaktion aufgezeichnet. Die Daten wurden qualitativ ausgewertet (Qualitative Inhaltsanalyse nach Mayring, 2010).

Ergebnisse

Bezüglich der aufgeworfenen Forschungsfragen lassen sich folgende erste Ergebnisse festhalten:

1. Die Schüler nutzten das Prozentband zur Darstellung von Wertepaaren der von ihnen aus der Aufgabe entnommenen Angaben. Wurde diese Zuordnung falsch vorgenommen (also fehlerhaft modelliert) und erkannt, wurde das Prozentband beim Aufschrieb des Rechenweges meist nicht als Unterstützung herangezogen; es wurden stattdessen die zuvor gelernten Strategien (z.B. Anwenden von Prozentformeln) eingesetzt, um das Ergebnis zu berechnen. Lernende, die Probleme mit der Nutzung des Prozentbandes hatten, griffen also auf bekannte, alternative Strategien zurück. Sofern den Schülern die am Prozentband vorgenommene Modellierung durch Wertepaare richtig erschien, konnten im weiteren Vorgehen der Schüler drei unterschiedliche Nutzungsmuster festgestellt werden. Ein Teil der Schüler nutzte das Prozentband als Kontrollinstrument, um den anschließend notierten Rechenweg zu verifizieren. Ein zweites Nutzungsmuster stellte das Ablesen von Wertepaaren am Prozentband dar. Hierbei wurden die angezeigten Ergebnisse des Prozentbandes ohne weitere Rechnung in den schriftlichen Aufschrieb übernommen. Eine rechnerische Lösungsstrategie wurde dabei meist nicht entwickelt. Das Arbeitsmittel wurde also als Berechnungsinstrument verwendet. Des Weiteren nutzten einige Schüler das Prozentband als Darstellungsinstrument, in dem die Schritte des Dreisatzes durch den Einsatz von drei Reitern visualisiert und im anschließenden Aufschrieb entsprechend genutzt wurden.

2. Die Lernenden fokussierten zunächst weitgehend auf zusammengehörige Wertepaare und, darauf aufbauend, auf Beziehungen zwischen diesen Wertepaaren (und nicht innerhalb der Wertepaare) um die fehlenden Prozentwerte und -sätze zu ermitteln.

3. Es wurden Modellierungsfehler festgestellt, die insbesondere auf einer fehlerhaften Identifikation des Grundwerts basierten.

Ausblick

Ausgehend von den o.g. Ergebnissen ist eine Anpassung des Prozentbandes für den weiteren unterrichtlichen Einsatz geplant. Es zeigte sich insbesondere Verbesserungspotential hinsichtlich der Eingabe von Wertepaaren in den Reitern sowie der Gestaltung von Markierungen auf dem Prozentband und dem Lineal. Bei der Nutzung des Prozentbandes im Unterricht soll in Zukunft auch vermehrt die Erarbeitung operativer Beziehungen berücksichtigt werden.

Weiter ist zunächst eine vergleichende Studie zu Unterricht mit bzw. ohne Verwendung des Arbeitsmittels „Prozentband“ geplant, um Ergebnisse über die Wirksamkeit des Prozentbandes auf die Lernprozesse auf Lernergebnisse der Schülerinnen und Schüler zu erhalten, und andererseits Indikatoren für nachhaltige Lernprozesse mit dem Prozentband zu identifizieren.

Literatur

- Carbonneau, K. J., Marley, S. C. & Selig, J. P. (2013). A meta-analysis of the efficacy of teaching mathematics with concrete manipulatives. *Journal of Educational Psychology*, 105(2), 380–400.
- Hafner, T. (2012). *Proportionalität und Prozentrechnung in der Sekundarstufe I. Empirische Untersuchung und didaktische Analysen (Perspektiven der Mathematikdidaktik)*. Wiesbaden: Vieweg + Teubner.
- Kleine, M., Jordan, A. & Harvey, E. (2005). With a focus on 'Grundvorstellungen' Part 2: 'Grundvorstellungen' as a theoretical and empirical criterion. *ZDM*, 37(3), 234–239.
- Krauthausen, G. & Scherer, P. (2007). *Einführung in die Mathematikdidaktik*. München: Springer Spektrum.
- Küchemann, D., Hodgen, J., & Brown, M. (2009). *Using the Double Number Line To Model Multiplication*, 2, 2–11.
- Padberg, F. & Wartha, S. (2017). *Didaktik der Bruchrechnung*. Berlin: Springer Spektrum.
- Parker, M. & Leinhardt, G. (1995). Percent: A Privileged Proportion. *Review of Educational Research*, 65(4), 421–481.
- Pöhler, B., Prediger, S. & Weinert, H. (2016). Cracking percent problems in different formats – The role of texts and visual models for students with low and high language proficiency. In K. Krainer & N. Vondrová (Eds.), *Proceedings of the Ninth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 331–338). Prague, Czech Republic.
- Van Den Heuvel-Panhuizen, M. (2003). The didactical use of models in realistic mathematics education: An example from a longitudinal trajectory on percentage. *Educational Studies in Mathematics*, 54(1), 9–35.