

Reflexion im Lernprozess anregen und aufdecken

Die Fähigkeit einer kritischen Betrachtung von mathematischen Modellen und ihren Auswirkungen auf Kommunikation und Gesellschaft bildet einen wichtigen Grundpfeiler mathematischer Bildung (Jablonka, 2003). Ein Weg zur Erlangung einer solchen Bildung besteht in der Reflexion von Mathematik (Skovsmose, 1998). Ansätzen zur Reflexion ist dabei häufig gemein, dass sie die Auswirkungen fertiger Mathematik reflektieren, und damit am Ende eines Lernprozesses stehen. In diesem Beitrag wird stattdessen ein Ansatz vorgestellt, der Reflexionsmomente im *Prozess* aufzudecken versucht.

Fachkritik als Aktivität

Wille (1995) sieht die kritische Untersuchung von Mathematik als Pflicht der Disziplin der Mathematik. In seinem Programm der *Allgemeinen Mathematik* ruft er zu einer Restrukturierung der Mathematik auf, um sie für die Allgemeinheit versteh- und kritisierbar zu machen. Zur Erfüllung dieses Ziels sollen (u.a.) *Zwecke und Ziele, Denk- und Handlungsmuster* und *Grenzen und Gefahren* von Mathematik aufgedeckt und in der Gemeinsprache zugänglich gemacht werden. Allgemeinbildung kann dann erreicht werden, wenn Allgemeine Mathematik auch in der Schule stattfindet: „Schüler sollten Mathematik primär als Allgemeine Mathematik lernen“ (Wille, 1995, S. 48).

Reflexion als Zugang zu einer allgemeinen Statistik

Eine Allgemeine Mathematik, die nicht nur an den Rand gedrängt, sondern eine zentrale Rolle in Lernprozessen spielen soll, erfordert eine gegenstandsspezifische Untersuchung zur Aufdeckung von möglichen Reflexionen. Als Lerngegenstand wird hier das *Argumentieren mit statistischen Maßen* herangezogen. Drei *Funktionen von Maßen* als Gegenstand einer Reflexion wurden rekonstruiert (vgl. Büscher, in Vorb.): (1) Maße erzeugen *Struktur* in Phänomenen, indem sie nur bestimmte isolierte Aspekte eines Phänomens adressieren. (2) Maße dienen zur intersubjektiv nachvollziehbaren *Kommunikation*. Und (3) Maße liefern *Belege* in interessen geleiteten Argumentationen. In Bezug auf den Lerngegenstand statistische Maße kann Reflexion charakterisiert werden als das *Adressieren einer Funktion eines Maßes hinsichtlich eines Aufgabenbereichs der allgemeinen Mathematik*. Die Funktionen und Aufgabenbereiche bilden *Reflexionsaspekte*. Tabelle 1 gibt einen Überblick über mögliche Inhalte von Reflexion bzgl. der drei Funktionen.

	Denkmuster	Zwecke	Gefahren
Struktur	Maße adressieren isolierte Phänomenaspekte	Maße erlauben Einsichten in unbekannte Phänomene	Maße können unvollständige und fehlleitende Einsichten liefern
Kommunikation	Die Berechnung von Maßen ist objektiv	Maße erlauben nachvollziehbare Kommunikation	Maße können fehlinterpretiert werden
Beleg	Maße liefern Belege für Argumentationen	Maße können bestimmte Sichtweisen unterstützen	Maße projizieren Objektivität

Tabelle 1: Mögliche Reflexionen über Maße

Offen bleibt, inwiefern solche Reflexionen in Lernprozessen angeregt werden können. Diese Studie klärt daher folgende Forschungsfrage:

(F) Inwiefern kann sich Reflexion in Lernprozessen zeigen, in denen der Vergleich unterschiedlicher Maße angeregt wurde?

Design der Studie

Die vorliegende Fallstudie bildet einen kleinen Ausschnitt aus einem Projekt im Rahmen der fachdidaktischen Entwicklungsforschung (Hußmann, Thiele, Hinz, Prediger, & Ralle, 2013). In iterativ verschränkten Forschungszyklen werden hier Lernprozesse zum Vorstellungsaufbau und zur Reflexion in der Statistik angeleitet und untersucht. Im hier vorgestellten fünften Zyklus wurden Designexperimente mit drei Paaren von Schülerinnen und Schülern der 7. Klasse eines Gymnasiums in NRW mit jeweils drei Sitzungen durchgeführt. Die Designexperimente fanden vor der unterrichtlichen Behandlung von Statistik statt.

In der Lernumgebung der zweiten Sitzung erhielten die Lernenden Punktdiagramme von der jeweils niedrigsten Eisfläche jedes Monats aus der Arktis in den Jahren 1982, 1992 und 2012. Ein zentrales Designelement bildeten dabei sog. Steckbriefe, die datengestützte Berichtsformen liefern. Die Lernenden werden dabei mit bereits ausgefüllten Steckbriefen konfrontiert, auf

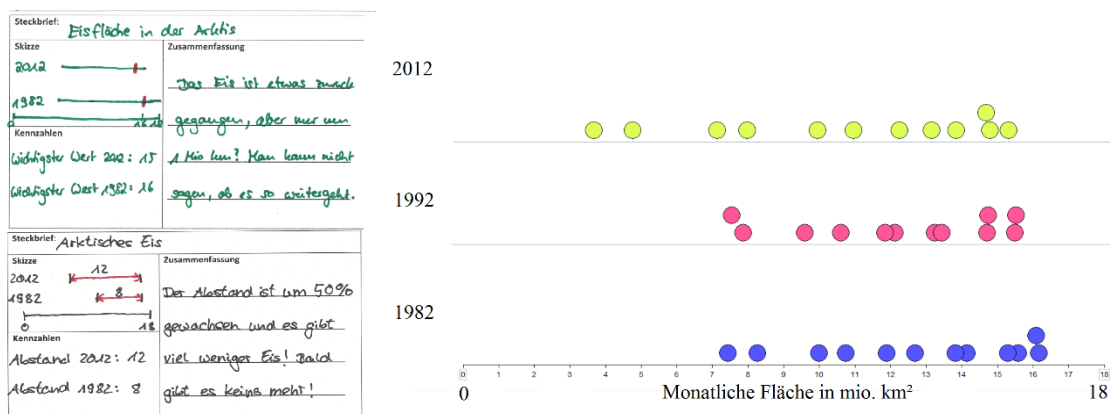


Abb. 1: Arktisches Eis und Steckbriefe

denen fiktive Schülerinnen und Schüler begründet Stellung nehmen, ob sich die Eisfläche verändert hat (Abb. 1). Die ausgefüllten Steckbriefe nutzen dabei unterschiedliche informelle Maße (s. Büscher, 2016) mit kontrastierenden Aussagen.

Die Designexperimente des fünften Zyklus (405 min. Video) wurden vollständig videographiert und transkribiert. Die adressierten Reflexionsaspekte werden in der Analyse durch ||...|| gekennzeichnet.

Einblick in die Empirie: Nesrin reflektiert über Maße

Die folgenden Ausschnitte stammen aus dem Designexperiment mit den Lernenden Kaan und Nesrin (12-13 Jahre) über einen Zeitraum von 30 Minuten.

Auf die Frage nach einer Bewertung der Steckbriefe nimmt Nesrin Stellung zum „Wert-Steckbrief“ (Abb.1 oben).

N: Also es geht eigentlich. Wenn man – bei dem [Wert-Steckbrief] muss man halt sehr viel nachdenken und am Anfang, da versteht man das noch nicht so genau, was die damit meinen. Und ähm, diese 15 ist halt – am Ende ja das heißt – ähm – die könnten auch – ähm – eher sagen, was einem das, was in den anderen Monaten passiert.

Nesrin adressiert Nesrin vielfältige Reflexionsaspekte. Sie adressiert die *//Kommunikation//* als *//Zweck//*, indem sie den Wert-Steckbrief nach seiner Nachvollziehbarkeit bewertet: Man muss erst viel nachdenken, bevor man ihn versteht (vgl. Tabelle 1). Zusätzlich kritisiert sie, dass mit der 15 nur ein „Ende“ angegeben wird, in anderen Monaten das Eis sich aber verändert, und somit ein unvollständiges Bild des Phänomens gezeichnet wird – eine *//Gefahr//* der *//Strukturierung//* durch Maße.

Einige Zeit später bezieht Nesrin ihr Verständnis der Steckbriefe auf die Reihenfolge, in der sie diese gelesen hat.

N: Wenn ich jetzt erst das [Typisch-Steckbrief] gelesen hätte, also [...] das bleibt ungefähr, ja sieht man ja auch, alles okay. Dann guck ich mir das an [Wert-Steckbrief], und dann das [Abstand-Steckbrief], dass es um 50% weniger wird, dann irgendwie, mein Kopf ist dann schon voll mit dem, was ich als erstes gelesen hab irgendwie. Und irgendwie nach zwei, dreimal nochmal lesen, würde ich dann erst auf die Idee kommen, dass es eben ein bisschen komisch ist, wenn man das da liest [Typisch-Steckbrief], aber erst ein bisschen später würd ich glaub ich drauf kommen

Nesrin nutzt die hypothetische Situation der umgekehrten Reihenfolge des Lesens der Steckbriefe für Reflexion. Sie erkennt, dass Maße als *//Struktur//* von Phänomenen auftreten können, die mehr oder weniger passen können, und adressiert so die Aspekte der *//Struktur//* als *//Denkmuster//* und mögliche *//Gefahr//*. Diese Gefahr führt sie noch weiter aus: Hätte sie den Typisch-

Steckbrief (Abb. 2) zuerst gelesen, wäre „ihr Kopf voll“, und sie würde dem Abstand-Steckbrief zunächst nicht glauben, obwohl er eigentlich passender wäre. Auf diese Weise gelingt es ihr, eine //Gefahr// des Nutzens von Maßen als //Beleg// zu adressieren: Der Typisch-Steckbrief projiziert eine Objektivität, wo keine vorhanden ist.

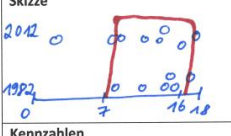
Steckbrief: Eis am Nordpol	
Skizze	Zusammenfassung
	<p>Der typische Bereich bleibt</p> <hr/> <p>ungefähr gleich, auch in Zukunft</p> <hr/> <p>Liegt es wahrscheinlich zwischen</p> <hr/> <p>7 und 16 mio km²</p>
Kennzahlen	
Typisch: 7 bis 16	

Abb. 2: Der Typisch-Steckbrief

Zusammenfassung

In der Auseinandersetzung mit den Steckbriefen gelingt es Nesrin, verschiedene Funktionen von Maßen und verschiedene Aufgabenbereiche der Allgemeinen Mathematik zu adressieren. Somit reflektiert sie über Argumentation mit statistischen Maßen. Da sie noch über kein breites statistisches Wissen verfügt, bleiben ihre Reflexionen dabei zwar notwendigerweise situativ verankert. Dennoch zeigen sich in solchen lokalen Reflexionen grundlegende Aspekte einer Allgemeinen Mathematik. Ein allgemeinbildender Mathematikunterricht hätte nun die Aufgabe, weitere lokale Reflexionen anzuregen, und diese systematisch ins Fach einzubinden. Wie Reflexion weiter angeregt werden kann, und wie sie die Begriffsbildung zu statistischen Maßen unterstützen kann, ist Gegenstand des aktuellen Forschungsprojekts.

Literatur

- Bücher, C. (in Vorb.). *Developing and Reflecting on Statistical Measures [Arbeitstitel]* (Dissertation). TU Dortmund, Dortmund.
- Bücher, C. (2016). *Students' Development of Measures*. Eingereichtes Manuskript.
- Hußmann, S., Thiele, J., Hinz, R., Prediger, S., & Ralle, B. (2013). Gegenstandsorientierte Unterrichtsdesigns entwickeln und erforschen. Fachdidaktische Entwicklungsforschung im Dortmunder Modell. In M. Komorek & S. Prediger (Hrsg.), *Fachdidaktische Forschungen: Vol. 5. Der lange Weg zum Unterrichtsdesign: Zur Begründung und Umsetzung fachdidaktischer Forschungs- und Entwicklungsprogramme* (S. 25–42). Münster: Waxmann.
- Jablonka, E. (2003). Mathematical Literacy. In A. J. Bishop, M. A. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick, & F. K. S. Leung (Hrsg.), *Second International Handbook of Mathematics Education* (S. 75–102). Dordrecht: Springer.
- Skovsmose, O. (1998). Linking Mathematics Education and Democracy: Citizenship, Mathematical Archaeology, Mathemacy and Deliberative Interaction. *ZDM*, 30(6), 195–203.
- Wille, R. (1995). "Allgemeine Mathematik" als Bildungskonzept für die Schule. In R. Biehler (Hrsg.), *Mathematik allgemeinbildend unterrichten. Impulse für Lehrerbildung und Schule* (2nd ed., Vol. 21, S. 41–55). Köln: Aulis-Verl. Deubner.