

## **Digitale und strategische Instrumente beim mathematischen Modellieren – Ergebnisse aus dem Projekt LIMo**

Mathematisches Modellieren bezeichnet das Lösen eines realen, außermathematischen Problems mit Hilfe der Mathematik (Maaß 2004). Ein Modellierungsprozess wird üblicherweise idealtypisch als Kreislaufmodell dargestellt und beinhaltet verschiedene Teilschritte, die auch als Teilkompetenzen des Modellierens bezeichnet werden. Nach Blum (2007) sind insbesondere das Vereinfachen einer realen Situation, das Mathematisieren zum Aufstellen eines mathematischen Modells, das Interpretieren des mathematischen Resultats im Kontext und das Validieren der Lösung typische Teilkompetenzen bzw. Schritte eines Modellierungsprozesses. Studien haben gezeigt, dass jeder Schritt eines Modellierungsprozesses eine kognitive Hürde für Schülerinnen und Schüler darstellen kann (ebd.). Daher wird in der nationalen und internationalen Modellierungsdiskussion thematisiert, wie Lernende beim mathematischen Modellieren sinnvoll unterstützt werden können. Dies können beispielsweise digitale Werkzeuge sein, indem Schülerinnen und Schüler mit dynamischer Geometrie-Software an Modellierungsaufgaben arbeiten. Ein anderer Ansatz besteht darin, Lernenden ein metakognitives Strategieinstrument „Lösungsplan“ während der Aufgabenbearbeitung zur Verfügung zu stellen (vgl. u. a. Blum & Schukajlow 2018; Greefrath 2015). Im Kontext dieser Ansätze entstand das Projekt LIMo („LösungsInstrumente beim Modellieren“), das im Folgenden vorgestellt wird.

### **Das Projekt LIMo**

Im Projekts LIMo wird seit 2015 untersucht, mit welchen Hilfsmitteln die Modellierungskompetenzen von Schülerinnen und Schülern gefördert werden können. Im Rahmen dieses Projekts entstehen zwei Dissertationen (Adamek 2018; Hertleif 2018a), die jeweils unterschiedliche Hilfsmittel, nämlich digitale Werkzeuge (C. Hankeln, geboren Hertleif) sowie strategische Instrumente (C. Adamek), fokussieren. Es wurde im Frühjahr 2016 eine gemeinsame Interventionsstudie im quasi-experimentellen Prä-/Post-/Follow-Up-Design in 44 neunten Klassen Nordrhein-Westfälischer Gymnasien durchgeführt und anhand eines zuvor entwickelten Modellierungstests (Hankeln et al., im Druck). mit Items zu Teilkompetenzen die Kompetenzentwicklung der Lernenden gemessen. Als Intervention wurde eine 4x45-minütige Unterrichtsreihe mit Modellierungsaufgaben der mathematischen Schwerpunkte Flächenbestimmung und optimaler Standort konzipiert (Beispielaufgaben finden sich in Hertleif & Adamek 2016 sowie Hertleif 2018b). Die teilnehmenden Klassen wurden in drei verschiedene Versuchsgruppen

aufgeteilt: Eine GeoGebra-Gruppe, in welcher während der Unterrichtsreihe mit dynamischer Geometrie-Software gearbeitet wurde, eine Lösungsplan-Gruppe, in welcher ein strategischer Lösungsplan eingeführt wurde und während der Bearbeitung zur Verfügung stand, sowie eine Kontrollgruppe, in welcher „klassisch“ ohne Hilfsmittel modelliert wurde. Es wurde eine Aufgabe pro Unterrichtsstunde bearbeitet, wobei in der ersten Stunde ein einführendes Modellierungsbeispiel genutzt wurde (vgl. Hertleif & Adamek 2016). In der GeoGebra-Gruppe wurde in allen Stunden am Computer gearbeitet und die Lösung handschriftlich dokumentiert. Als Strategieinstrument wurde in der Lösungsplangruppe ein fünfschrittiger vereinfachter Modellierungskreislauf mit kognitiven Lernstrategien in jedem Teilschritt eingesetzt.

### **Evaluation des Projekts**

Als Abschluss des Projekts werden in diesem Beitrag Ergebnisse einer gemeinsamen Auswertung zum Vergleich der drei Versuchsgruppen vorgestellt, die ergänzend zu den Ergebnissen der beiden Dissertationen verstanden werden sollte. Grundlage dieser Auswertung ist der zu den drei Messzeitpunkten eingesetzte Modellierungskompetenztest, welcher die Teilkompetenzen Vereinfachen, Mathematisieren, Interpretieren und Validieren als jeweils eigene latente Dimensionen misst. Dazu wurden im Rahmen der Testentwicklung Items zu den einzelnen Teilkompetenzen basierend auf der Operationalisierung von Kaiser et al. (2015) konstruiert. Die erhobenen Rohdaten aller drei Versuchsgruppen wurden mit dem Programm ConQuest über den Ansatz mit virtuellen Personen zusammen skaliert. Anhand der daraus gewonnenen Personenfähigkeiten wurde die Kompetenzentwicklung und der Einfluss der jeweiligen Instrumente GeoGebra und Lösungsplan inferenzstatistisch mit Hilfe von Varianzanalysen mit Messwiederholung untersucht. In den untenstehenden Abbildungen ist die Kompetenzentwicklung nach Versuchsgruppe in den einzelnen Dimensionen grafisch dargestellt. Die Ergebnisse der Varianzanalysen zeigen jeweils einen kleinen Interaktionseffekt zwischen Messzeitpunkt und Versuchsgruppe für die Kompetenzdimensionen Mathematisieren und Interpretieren auf [ $F(4,1848) = 2.69$ ,  $p = .030$ ,  $\eta^2 = .01$ ]. Hier hat die Zugehörigkeit zu einer der drei Versuchsgruppen demnach einen Einfluss auf die Entwicklung der entsprechenden Teilkompetenz im Laufe der drei Messzeitpunkte. Post-Hoc-Analysen ergeben, dass die Kontrollgruppe einen signifikanten Leistungszuwachs im Mathematisieren vom ersten zum zweiten Messzeitpunkt aufweist, der jedoch zum dritten Messzeitpunkt circa drei Monate nach der Unterrichtsreihe wieder signifikant abnimmt. Beide Experimentalgruppen verändern ihre Kompetenzen im Mathematisieren hingegen nicht signifikant.

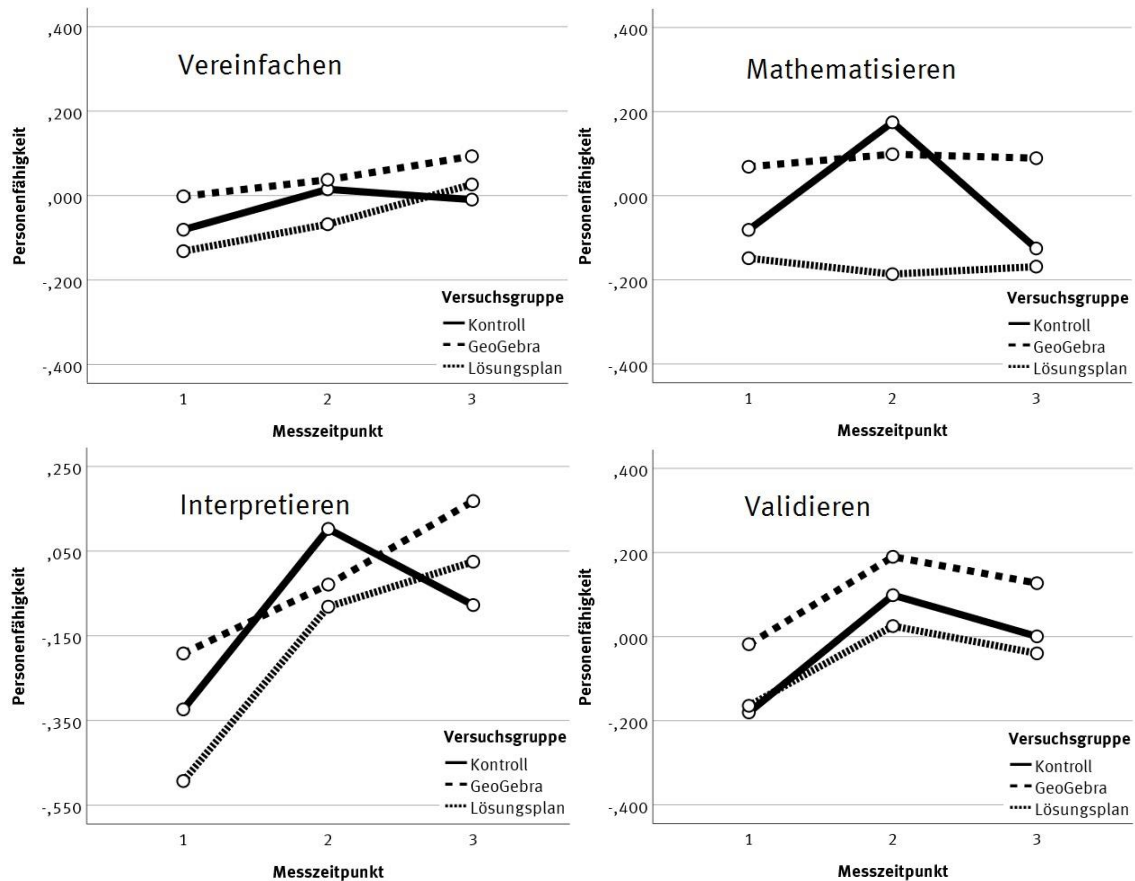


Abbildung 1: Kompetenzentwicklung der Versuchsgruppen in den einzelnen Dimensionen

Im Interpretieren verzeichnen alle Versuchsgruppen einen signifikanten Kompetenzzuwachs, der jedoch nur in GeoGebra- und Lösungsplangruppe langfristig stabil bleibt. Einschränkend ist anzumerken, dass die Unterrichtsaktivitäten zwischen zweitem und drittem Messzeitpunkt nicht kontrolliert wurden und die Ergebnisse dahingehend mit Vorsicht interpretiert werden sollten. Im Vereinfachen zeigt keine der Versuchsgruppen eine signifikante Kompetenzentwicklung, was gegebenenfalls dadurch erklärt werden kann, dass die Tätigkeiten dieser Teilkompetenz eher ungewohnt für Lernende sind und eine vierstündige Unterrichtsreihe für die Kompetenzförderung nicht ausreichend gewesen sein könnte. Beim Validieren zeigen alle Gruppen einen signifikanten Leistungszuwachs im Laufe der Unterrichtsreihe. Auffällig ist hier, dass die Kontrollgruppe den höchsten Zuwachs zwischen Prä- und Posttest aufweist. Dies könnte unter anderem darauf zurückzuführen sein, dass den Schülerinnen und Schülern der Experimentalgruppen unter Umständen der Transfer von den Tätigkeiten während der Unterrichtsreihe auf die Bearbeitung der im Paper/Pencil-Format konstruierten Testaufgaben schwerer fiel.

## Fazit

Die Auswertung des Projekts zeigt, dass bestimmte Teilkompetenzen des Modellierens durch die Teilnahme an der im Rahmen des Projekts konzipierten Unterrichtsreihe gefördert werden können. Die Entwicklung in den gemessenen Dimensionen ist jedoch je nach Teilkompetenz und Versuchsgruppe unterschiedlich, wobei hervorzuheben ist, dass insbesondere die Lernenden ohne digitale oder strategische Hilfsmittel signifikante Kompetenzzuwächse erzielen, allerdings auch jeweils geringere Anfangskompetenzen aufweisen. Für einen genaueren Vergleich sollten diese Unterschiede berücksichtigt werden. Eine detaillierte Analyse zum jeweiligen Einfluss von GeoGebra bzw. einem Lösungsplan beim Modellieren findet im Rahmen der beiden zuvor erwähnten Dissertationen statt, sodass an dieser Stelle auf entsprechende Veröffentlichungen verwiesen sei.

## Literatur

- Adamek, C. (2018). *Mathematisches Modellieren mit Lösungsplan. Eine empirische Untersuchung zur Entwicklung der Modellierungskompetenzen von Schülerinnen und Schülern*. Dissertation, Westfälische Wilhelms-Universität Münster.
- Blum, W. (2007). Mathematisches Modellieren – zu schwer für Schüler und Lehrer? In *Beiträge zum Mathematikunterricht 2007* (S. 3-12). Hildesheim: Franzbecker.
- Blum, W., Schukajlow, S. (2018). Selbständiges Lernen mit Modellierungsaufgaben – Untersuchung von Lernumgebungen zum Modellieren im Projekt DISUM. In S. Schukajlow und W. Blum (Hrsg.), *Evaluierte Lernumgebungen zum Modellieren* (S. 51–72). Wiesbaden: Springer Spektrum.
- Greefrath, G. (2015). Problem Solving Methods for Mathematical Modelling. In G. Stillman et al. (Hrsg.), *Mathematical Modelling in Education Research and Practice. ICTMA 16* (S. 173-183). New York: Springer.
- Hankeln, C., Adamek, C., Greefrath, G. (Im Druck). Assessing sub-competencies of mathematical modelling – Development of a new test instrument. In G.A. Stillman und J.P. Brown (Hrsg.), *Lines of Inquiry in Mathematical Modelling Research in Education*. New York: Springer.
- Hertleif, C. (2018a). *Mathematisches Modellieren mit dynamischer Geometrie-Software. Ergebnisse einer Interventionsstudie*. Dissertation, Westfälische Wilhelms-Universität Münster.
- Hertleif, C. (2018b). Wie groß ist die Etage? Dynamische Geometrie Software (DGS) als Hilfsmittel beim Modellieren nutzen. *Mathematik lehren*, 207, 16–19.
- Hertleif, C. & Adamek, C. (2016). Der Pillnitzer Schlossgarten – Modellieren in Theorie und Praxis. *Mathematik 5-10*, 37, 42-54.
- Kaiser, G., Blum, W., Borromeo Ferri, R. & Greefrath, G. (2015). Anwendungen und Modellieren. In R. Bruder et al. (Hrsg.), *Handbuch der Mathematikdidaktik* (S. 357-383). Heidelberg: Springer.
- Maaß (2004). *Mathematisches Modellieren im Unterricht – Ergebnisse einer empirischen Studie*. Hildesheim: Franzbecker.