

Quellenarbeit in der Lehrerbildung

Bereits vor knapp 100 Jahren hoffte Felix Klein mit der Integration von mathematikhistorischen Elementen im Rahmen seiner Vorlesung zur „Elementarmathematik vom höheren Standpunkte aus“ bei den Studierenden eine Erkenntnis gelegt zu haben, die „nachhaltigen Einfluss auf die Gestaltung Ihres eigenen Unterrichts an der Schule gewinnen“ (1933, S. 289) möge. Der Mathematikgeschichte kommt in den seit dem an verschiedenen Stellen zu beobachtenden Ansätzen zur universitären Lehrerbildung zum einen die Rolle eines Werkzeugs zum besseren Verständnis der Mathematik selbst zu. Zum anderen wird aber auch die Chance direkter Auswirkungen auf den eigenen Unterricht der zukünftigen Lehrerinnen und Lehrer gesehen. Mit der Zielsetzung variieren dabei sowohl die mögliche Ausgestaltung und der Einsatzort als auch die Legitimation der Integration historischer Bezüge in der Lehre stark (vgl. z.B. Tzanakis & Arcavi (2000), Janqvist (2009), Nickel (2013)).

Insbesondere die Arbeit mit Originalquellen bietet einen authentischen Zugang zur Mathematikgeschichte, der geeignet ist, zu Zielsetzungen der Lehrerbildung auf verschiedenen Ebenen beizutragen. Voraussetzung dafür ist u.E. aber insbesondere eine spezielle Fokussierung und Rahmung der Quellenarbeit, je nach dem, ob der Einsatz in einer fachmathematischen, einer fachdidaktischen oder einer mathematikhistorischen Veranstaltung erfolgt. Im Folgenden soll dies an der Konzeption von Quellenarbeitsmodulen für die verschiedenen Veranstaltungstypen dargestellt und an einem Beispiel ausgeführt werden, wie sie an der Universität Siegen und der PH Luzern erprobt werden.

Konzeptionelle Überlegungen

Eines der zentralen übergeordneten Ziele der universitären Ausbildung von Mathematiklehrkräften aller Schulstufen besteht darin, die Grundlagen dafür zu legen, dass diese sich zu glaubhaften Vertretern ihres Faches in der Schule entwickeln können. Dazu zählt neben einem höheren Standpunkt auf die jeweils schulrelevanten Inhalte und einem tragfähigen Bild von Mathematik insbesondere auch der *Aufbau einer persönlichen Beziehung zum Fach*. (Vgl. z.B. Beutelspacher u.a. 2011) Dazu bedarf es u.E. eines generellen Einblicks in die Geschichte des Faches und eines Wissens über die Genes der heutigen Unterrichtsgegenstände. Darüber hinaus sollten Studierende Mathematik (exemplarisch) in ihrer kulturellen Eingebundenheit erleben. All dies bedarf exemplarischer Einblicke in mathematikhistorisches

Arbeiten und sollte dazu anregen, Beziehungen zu schulmathematischen Inhalten, Vorgehensweisen und Denkstrukturen herzustellen und diese zu reflektieren.

Die Arbeit mit historischen Originalquellen kann dabei Ausgangsmaterial und Reflexionsanlass gleichermaßen sein. So fassen mit Blick auf den Einsatz im Mathematikunterricht Jahnke u.a. (2000) mögliche Effekte der Quellenarbeit in drei zentralen Begriffen zusammen: „*replacement*“ (Mathematik wird als intellektuelle Tätigkeit vs. Sammlung von Wissen und Techniken), „*reorientation*“ (durch den Verfremdungseffekt entsteht eine Unbekannte Perspektive auf Bekanntes) und „*cultural understanding*“ (Verbindung mathematischer Ideen zu anderen Kulturleistungen) (S. 292). Hierbei kann der Unterscheidung von Jankvist (2009) folgend auch die Quellenarbeit sowohl als Werkzeug („*tool*“) zum vertieften Mathematikverständnis dienen, als auch ein Lerngegenstand und -ziel an sich („*goal*“) sein, was sich jeweils auch für die universitäre Lehrerbildung deuten lässt (vgl. Spies & Witzke (2018)). Mit Blick auf die Lehrerbildung sehen wir außerdem einen vierten bisher eher implizit mitschwingenden zentralen Effekt der Arbeit mit Originalquellen in der Möglichkeit, Anlass zur Metareflexion mathematischer Denk- und Handlungsstrukturen am authentischen Beispiel zu sein (*reflection*) und somit gewissermaßen als Werkzeug zum vertieften *didaktischen* Verständnis zu dienen.

Immer wenn man mit Originalquellen arbeitet, wird ein Beitrag zur (mathematischen) Allgemeinbildung geleistet. Weiter werden Studierende bei der Arbeit mit andersartigen Ausdrucksweisen und ggf. Auffassungen mit einem Verfremdungseffekt konfrontiert. Wir glauben aber, dass – bezogen auf die verschiedenen Inhaltsbereiche (meist auch getrennt nach Veranstaltungen) – die genannten vier Aspekte in jeweils unterschiedlicher Schwerpunktsetzung zum Tragen kommen: So wird in fachmathematischen Veranstaltungen durch den Einsatz von Quellen dem häufig deduktiv geordnete Inhalt eine Darstellung gegenübergestellt, die den Prozesscharakter der Mathematik in den Vordergrund stellt. In didaktischen Veranstaltungen hingegen können Originalquellen Diskussionen über die Natur der Mathematik evozieren, die sich dann mit Blick auf der Frage nach dem Verstehen von mathematischen Zusammenhängen mit Blick auf den Unterricht ausweiten lassen (vgl. Allmendinger u.a., 2015).

Al-Khwarizmi – Ein Beispiel aus verschiedenen Perspektiven

Al-Khwarizmi zählt zu den bedeutendsten abendländischen Mathematikern seiner Zeit. Er war Gelehrter im „Haus der Weisheit“ in Bagdad, dem Studien- und Forschungsmittelpunkt der islamischen Welt. Die von ihm ver-

fassten Schriften zur Algebra, Arithmetik und Astronomie hatten nach ihrer Übersetzung ins Lateinische großen Einfluss auf die Entwicklung der Mathematik in Europa. So gelangten mit seiner Arbeit über Algorithmen (dieser Begriff ist von seinem Namen abgeleitet) u.a. die „arabischen“ Ziffern und die Dezimalschreibweise nach Westeuropa. Sein „Kurzgefasstes Buch über die Rechnung durch Auffüllen und Ausgleichen“ trug den arabischen Titel „Hisab Al-Jabr wal Muqabalah“, aus „al-jabr“ (= ausgleichen) ging das Wort „Algebra“ hervor.

Nicht zuletzt wegen dieser einflussreichen Biographie kann eine Auseinandersetzung mit Al-Khwarizmi in der Lehrerbildung als sinnvoll erachtet werden. Al-Khwarizmis Zugang zum Lösen von quadratischen Gleichungen kann darüber hinaus weitere wichtige Erkenntnisse für die Studierenden mit sich bringen: Zu Al-Khwarizmis Zeit gab es die Algebra mit ihrer kompakten Schreibweise noch nicht. Was hatte das für Konsequenzen für die Lösungsstrategien? Wie ließen sich die Probleme dennoch lösen? Bei der Erarbeitung von Al-Khwarizmis Lösungsansätzen wird man zu der Erkenntnis gelangen, dass er negative Zahlen vermeidet, was aufgrund der zugrundeliegenden geometrischen Auffassung der Gleichung nachvollziehbar ist. Der prozedurale Charakter der Mathematik kann dabei aber umso mehr herausgearbeitet werden, wenn man in den Blick nimmt, dass die negativen Zahlen zu Al-Khwarizmis Zeit noch gar nicht existierten. Schließlich kann die Auseinandersetzung mit dieser geometrischen Herangehensweise Ausgangslage für eine Diskussion der Schwächen und Stärken der Algebra sein. Dabei geht es nicht nur darum die jeweiligen Vorzüge oder Möglichkeiten auf rein fachlicher Ebene auszuloten. Vielmehr werden hier verschiedene Denkstrukturen sichtbar, die beim Erlernen von Mathematik als mögliche Hürden aber auch Chancen in den Blick genommen werden können.

Werden in fachmathematischen Veranstaltungen dabei stärker die fachlichen Aspekte – Zusammenhang zur quadratischen Ergänzung, Anzahl von Lösungen, etc. – hervorgehoben, so werden in mathematikhistorischen Veranstaltungen die Umstände vor allem auch mit Blick auf die damalige Zeitgeschichte in den Fokus gerückt. In didaktischen Veranstaltungen dagegen werden die Frage nach den unterschiedlichen Denkstrukturen und die Adaption auf den Unterricht den Schwerpunkt bilden.

Zusammenfassung und Ausblick

Dass Mathematikgeschichte und insbesondere der Einsatz von Originalquellen in der Lehrerbildung entscheidend zu den Zielsetzungen der Lehrerbildung auf verschiedenen Ebenen beitragen kann, ist keine neue

Erkenntnis. Unserer Auffassung nach bedarf es dafür aber jeweils einer genauen Fokussierung und bedachten Wahl der dazu gestellten Arbeitsaufträge, damit der Effekt nicht zufällig bleibt. Hier sehen wir noch Entwicklungsbedarf.

Im kommenden Semester wird in Siegen unter dieser Zielsetzung eine Veranstaltung zur Geschichte der Mathematik durchgeführt und evaluiert. Teile der Veranstaltung sollen anschließend in modularisierter Form in Luzern in fachintegrativen Veranstaltungen eingesetzt werden. In diesem Zusammenhang werden dann die Quellen für den Einsatz in der Lehrerbildung mit besonderem Blick auf die unterschiedlichen Veranstaltungstypen und die einzelnen Zielsetzungen ausgearbeitet.

Literatur

- Allmendinger, H., Nickel, G., & Spies, S. (2015): Original sources in teachers training - possible effects and experiences. In É. Barbin (u.a.) (Eds.), *History and epistemology in mathematics education: Proceedings of ESU 7* (551–564). Copenhagen: Danish School of Education, Aarhus University.
- Beutelspacher, A., Danckwerts, R., Nickel, G., Spies, S. & Wickel, G. (2011). *Mathematik Neu Denken. Impulse für die Gymnasiallehrerbildung an Universitäten*. Wiesbaden: Vieweg u. Teubner.
- Klein, F. (1933). *Elementarmathematik vom höheren Standpunkte aus*, Bd. I: Arithmetik, Algebra, Analysis. 4. Auflage. Berlin: Julius Springer.
- Jahnke, H. N., Arcavi, A., Barbin, E., Bekken, O., Furinghetti, F., El Idrissi, A., Silva da Silva, C. M., & Weeks, C. (2000). The use of original sources in the mathematics classroom. In J. Fauvel & J. van Maanen (Hrsg.). *History in mathematics education: The ICMI study*, New ICMI Study Series, vol. 6 (291–328). Dordrecht: Kluwer.
- Jankvist, U. (2009). A categorization of the 'whys' and 'hows' of using history in mathematics education. In *Educational Studies in Mathematics* (71). 235-261.
- Nickel, G. (2013). Vom Nutzen und Nachteil der Mathematikgeschichte für das Lehramtsstudium. In Allmendinger, H. (u.a.) (Hrsg.). *Mathematik verständlich unterrichten*. Wiesbaden: Springer.
- Spies, S. / Witzke, I. (2018). Making Domain-specific Beliefs Explicit For Prospective Teachers. An Example of Using Original Sources. Erscheint in Clark, K. (u.a.) (Hrsg.). *Mathematics, Education and History*. Wiesbaden: Springer
- Tzanakis, C., Arcavi, A. (2000): Integrating history of mathematics in the classroom: An analytic survey. In J. Fauvel & J. van Maanen (Hrsg.). *History in mathematics education. The ICMI-Study*. 201-240. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.