

## **Schnittstellenaufgaben als Ansatz zur Vernetzung von Schul- und Hochschulmathematik: Design-Iterationen und Modell**

Dass Lehramtsstudierende oftmals Schulmathematik und universitäre Mathematik als getrennte Welten wahrnehmen und dadurch die Wirksamkeit der Hochschulausbildung in Frage steht, ist ein unter dem Schlagwort *Doppelte Diskontinuität* lange bekannter Befund (Klein 1908). Schnittstellenaufgaben stellen einen Ansatz dar, um diesem Problem entgegenzutreten. Im vorliegenden Beitrag beschreiben wir die Design-Iterationen beim Entwurf des *Schnittstellenmoduls Analysis* und erläutern das daraus entstandene Modell für Schnittstellenaufgaben, auf dem die in Bauer (2012) bereitgestellten Aufgaben basieren.

### **1. Ausgangslage**

Für viele Lehrende, die Ansätze zum Umgang mit der Problematik der Doppelten Diskontinuität entwickeln, sind persönliche Erfahrungen ein auslösendes Moment. Kommentare von Lehramtsstudierenden in Vorlesungsbefragungen wie „Als Lehramtler brauchen wir das sowieso nicht“ oder gar „Wir studieren doch nur Lehramt“ zeigen auf, dass Inhalte, die Lehrende als höchst professionsbezogen erachten (vgl. Brunner et al. 2006), für Lehramtsstudierende irrelevant erscheinen können. Dozenten können hierauf in unterschiedlicher Weise reagieren – die folgende Progression spiegelt die Entwicklung im Denken des Autors wider:

*Schritt 1:* Hoffen, dass sich die Diskontinuitäten im Laufe des Studiums von selbst auflösen. Dies gelingt leistungsstarken Studierenden, vielen anderen aber nicht.

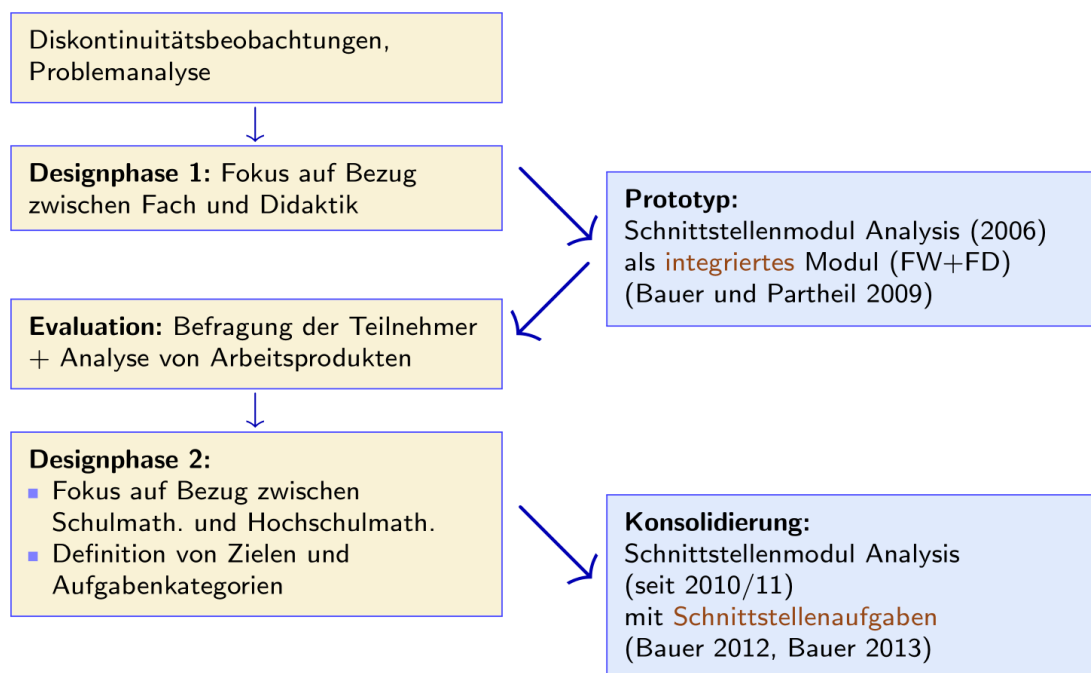
*Schritt 2:* In Lehrveranstaltungen bewusst auf Diskontinuitäten eingehen und Erklärungen zu Verknüpfungen zwischen Schul- und Hochschulmathematik anbieten. Dies kann Wirkung zeigen, jedoch bleiben Studierende hier in einer passiven Rolle.

*Schritt 3:* Studierende in Aufgaben aktiv mit „Schnittstellenfragen“ befassen (Bauer und Partheil 2009, Bauer 2012, Bauer 2013)

### **2. Design-Iterationen**

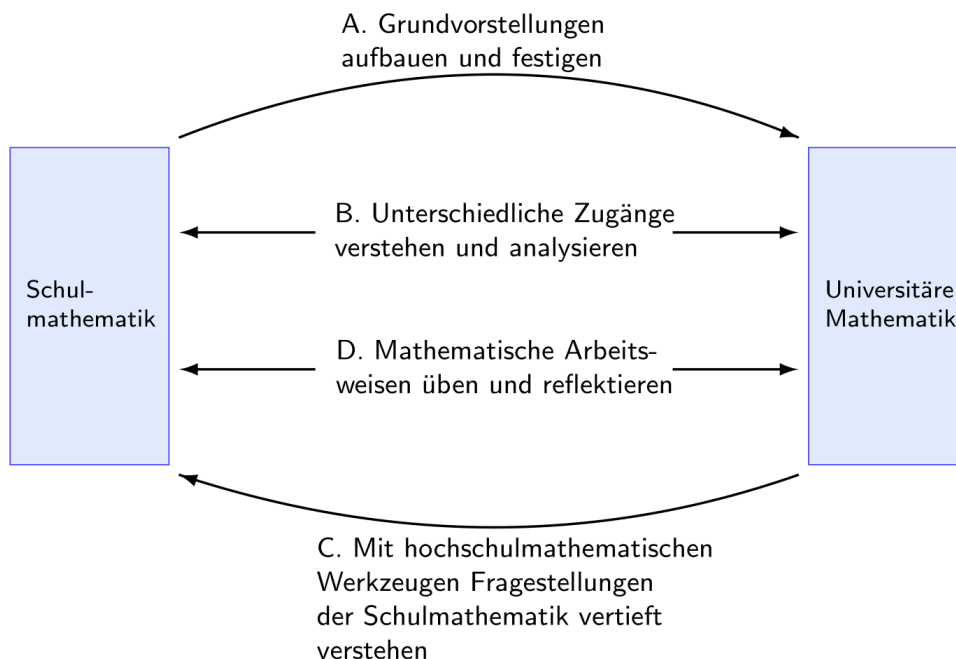
Verfolgt man das Ziel, dass sich Studierende aktiv mit Schnittstellenfragen befassen, damit sie selbst Schul- und Hochschulmathematik in Bezug setzen, so stellt sich die Aufgabe, eine hierfür passende Intervention zu entwerfen. Im Folgenden werden die Iterationen des vom Verfasser konzipier-

ten *Schnittstellenmoduls Analysis* beschrieben. Nach einer anfänglichen Problemanalyse auf Grundlage der oben beschriebenen Diskontinuitätsbeobachtungen wurde in einer ersten Designphase ein „integriertes Modul“ konzipiert, das Verbindungen zwischen Fach und inhaltsbezogener Didaktik im Rahmen von Übungsaufgaben herstellt. Der Prototyp wurde im Sommersemester 2006 erstmals erprobt (siehe Bauer und Partheil 2009). Zur Evaluation des Prototyps wurde einerseits eine Befragung der Teilnehmer durchgeführt und andererseits wurden Arbeitsergebnisse (Bearbeitungen von Übungsaufgaben) der Teilnehmer analysiert. Hierbei zeigte sich, dass eine frühe Befassung mit fachdidaktischen Fragen motivational deutlich positiv wirkt, während andererseits die Arbeitsergebnisse nicht immer zufriedenstellend sind. Eine mögliche Erklärung für diesen Befund liegt in der geringen Wissensbasis: Worauf kann sich die Arbeit stützen, wenn das fachliche Wissen noch nicht konsolidiert ist und der Raum fehlt, fachdidaktisches Wissen fundiert aufzubauen? In der zweiten Designphase wurde daher das Konzept dahingehend angepasst, dass nunmehr der Fokus auf dem Bezug zwischen Schul- und Hochschulmathematik liegt – unterrichtspraktische Anknüpfungen wurden reduziert zugunsten von verstärkten fachlich-epistemologischen Betrachtungen (etwa zum Vergleich von Zugängen und Arbeitsweisen). Ein zweiter Entwicklungsaspekt in dieser Designphase betrifft die Definition von Aufgabenkategorien (siehe Abschn. 3), wodurch eine gezieltere Konstruktion und Auswahl von Aufgaben möglich wird. Das folgende Bild verdeutlicht zusammenfassend die Entwurfsiterationen:



### 3. Das Modell

Schnittstellenaufgaben wollen in zwei Richtungen wirken: von der Schulmathematik zur Hochschulmathematik und umgekehrt. Die folgende Kategorisierung von Aufgaben und damit verbundenen Zielen wurde in Bauer (2013) entwickelt:



Zur Begründung dieser Ziele geben wir an, worin der Bedarf an Schnittstellenaktivitäten jeweils liegt und warum diese ertragreich erscheinen:

**A. Grundvorstellungen aufbauen und festigen.** Dies ist *nötig*, da vorhandene Vorstellungen nicht ignoriert werden sollten, sondern gegebenenfalls erweitert, korrigiert und präzisiert werden müssen. Es ist *ertragreich*, wenn es so gelingt, bessere Vorstellungen zu Gegenständen der Hochschulmathematik aufzubauen. Das bewusste Anknüpfen zeigt den Studierenden zudem, dass ihre Vorerfahrungen ernst genommen werden.

**B. Unterschiedliche Zugänge verstehen und analysieren.** Dies ist *nötig*, denn im Bereich der Zugänge kommen gravierende sachliche Diskontinuitäten vor, die sich erfahrungsgemäß nicht von selbst auflösen (so z.B. bei der Einführung der Sinusfunktion: Geht es hier um Seitenverhältnisse am Dreieck oder um Werte einer Potenzreihe? Worin besteht die Verbindung zwischen beiden Zugängen?) Es ist *ertragreich*, denn es ist eine wichtige Einsicht, dass es für mathematische Begriffe nicht zwangsläufig einen „richtigen“ Zugang gibt. Verschiedene Zugänge sind andererseits auch nicht beliebig gegeneinander austauschbar – vielmehr spielen hierfür lokale und globale Kriterien eine Rolle, die auch konkurrierend auftreten können.

**C. Mit hochschulmathematischen Werkzeugen Fragestellungen der Schulmathematik vertieft verstehen.** Dies ist *nötig*, da sonst die Gefahr besteht, dass Hochschulmathematik irrelevant für das künftige Berufsfeld erscheint. Es ist *ertragreich*, wenn Lehrkräfte dadurch zu einem souveräneren und reflektierteren Umgang mit Schulmathematik gelangen.

**D. Mathematische Arbeitsweisen üben und reflektieren.** Es ist *nötig*, da sonst möglicherweise ein gravierend verkürztes Verständnis von professionstypischen Arbeitsweisen und deren Rolle in der Schulmathematik entstehen kann (etwa zum Beweisen im Mathematikunterricht). Es ist *ertragreich*, wenn es gelingt, Lehrkräfte zu einer stärkeren Identifikation mit den Denk- und Arbeitsweisen des Fachs und dessen Werten zu führen, und diese dadurch dem schulischen Bildungsanspruch (z.B. im Bereich „Mathematisch argumentieren“) besser gerecht werden können.

**Konstruktionsprinzipien und Formen.** Die bislang vom Verfasser entwickelten Schnittstellenaufgaben haben das *Format klassischer Übungsaufgaben*, sind in sich abgeschlossen und thematisch an den aktuellen Vorlesungsinhalt angebunden. Um die dargestellten Ziele zu erreichen, sind die Aufgaben aus der *Perspektive der Hochschulmathematik* konstruiert und formuliert. Dies bedeutet insbesondere, dass von den Studierenden nicht einfach Aufgaben aus Schulbüchern bearbeitet werden – diese können jedoch ein fruchtbarer Ausgangspunkt für Schnittstellenüberlegungen sein. Insofern sind Schnittstellenaufgaben nicht mit der Absicht konstruiert, für Lehramtsstudierende Erleichterungen dadurch zu schaffen, dass universitäre Mathematik durch Schulmathematik ersetzt wird. Die Leitidee ist vielmehr, Diskontinuitäten nicht zu verschleiern oder zu verzögern, sondern sie explizit zu bearbeiten.

## Literatur

Bauer, Th., Partheil, U. (2009). Schnittstellenmodule in der Lehramtsausbildung im Fach Mathematik. *Math. Semesterber.* 56, 85-103.

Bauer, Th. (2012). *Analysis – Arbeitsbuch. Bezüge zwischen Schul- und Hochschulmathematik – sichtbar gemacht in Aufgaben mit kommentierten Lösungen.* Wiesbaden: Springer Spektrum.

Bauer, Th. (2013). Schnittstellen bearbeiten in Schnittstellenaufgaben. In: Ch. Ableitinger, J. Kramer, S. Prediger (Hrsg.), *Zur doppelten Diskontinuität in der Gymnasiallehrerbildung* (S. 39-56). Wiesbaden: Springer Spektrum.

Brunner, M., et al. (2006). Die professionelle Kompetenz von Mathematiklehrkräften: Konzeptualisierung, Erfassung und Bedeutung für den Unterricht. Eine Zwischenbilanz des COACTIV-Projekts. In: Prenzel, M., Allolio-Näcke, L. (Hrsg.), *Untersuchungen zur Bildungsqualität von Schule* (S. 54-82). Münster: Waxmann.

Klein, F. (1908). *Elementarmathematik vom höheren Standpunkte aus, Teil I. Arithmetik, Algebra, Analysis.* Berlin: Springer.