

Regina BRUDER, Darmstadt

## **Theorie und Empirie des Entdeckenden Lernens im Mathematikunterricht**

Heinrich Winters Hauptthese in seinem grundlegenden Werk zum *Entdeckenden Lernen* lautet: „*Das Lernen von Mathematik ist umso wirkungsvoller – sowohl im Hinblick auf handfeste Leistungen, speziell Transferleistungen, als auch im Hinblick auf mögliche schwer fassbare bildende Formung – je mehr es im Sinne eigener aktiver Erfahrungen betrieben wird, je mehr der Fortschritt im Wissen, Können und Urteilen des Lernenden auf selbständigen entdeckenden Unternehmungen beruht.*“ (Winter, 1989, S. 1). Dreißig Jahre nach Erscheinen von Heinrich Winters Hauptwerk werden angesichts (erneuter) kontroverser Diskussionen zu methodischen Grundkonzepten für den Mathematikunterricht (vgl. z.B. die aktuellen Diskussionen zu einem kompetenzorientierten Mathematikunterricht in den Mitteilungen von GDM und DMV) finden in der Fachdidaktik auch kritische Auseinandersetzungen mit dem Konzept des Entdeckenden Lernens statt (vgl. Kolloosche 2017) und mit internationaler Perspektive (Bruder und Prescott 2013) auf inquiry based learning.

Heinrich Winters Konzept des *Entdeckenden Lernens* strahlt nach wie vor eine große Faszination in der Lehrkräfteausbildung der ersten und zweiten Phase aus. Gründe dafür können in den Eigenschaften von Entdeckungen bestehen, wenn darunter subjektiv Neues verstanden wird, das den Lernenden auch bewusst und von ihnen wertgeschätzt wird und damit eine Akzeptanz der erbrachten eigenen Anstrengung und erzielten Ergebnisse umfasst. Dann werden die Prozesse und Ergebnisse *Entdeckenden Lernens* mit positiven Emotionen verknüpft.

Winter hat in einer Gegenüberstellung das Besondere des Konzepts fokussiert: „*Aufgabendidaktik: Hier ist eine Aufgabe. Rechne das Ergebnis aus. Problemlösedidaktik: Hier ist ein Problem. Versuche es zu lösen. Didaktik des entdeckenden Lernens: Hier ist eine Situation. Denke über sie nach.*“ (Winter 1989, S. 72).

Eine solche Gegenüberstellung kann auch missverstanden werden als Aufforderung nun möglichst „nur noch“ Entdeckendes Lernen anzustreben. Das ist mit einem solchen Vergleich aber gar nicht gemeint. Die Geschichte des Mathematikunterrichts zeigt leider viele solcher Missverständnisse, die sich als Pendelbewegungen zwischen verschiedenen inhaltlichen Zugängen oder unterschiedlichen Konzepten zeigen, die gerade keinen Anspruch auf einseitige Favorisierung haben. B. Picker hat solche historischen

Beispiele in einem dialektischen Entwicklungsprozess der Didaktik der Arithmetik beschrieben:

1522 Adam Riese: Materiale Bildung; 1801 Pestalozzi: Formale Bildung

1814 Harnisch: Materiale und Formale Bildung

Oder:

1970 New Math: Denken lernen; 1980 Back to the basics: Rechnen lernen

1990 Denken und Rechnen lernen

Als historische Erkenntnis lässt sich festhalten:

*Abgrenzen, aber nicht ausgrenzen.*

Die aktuellen Unsicherheiten im Verständnis von „Kompetenzorientierung“ (Inhalte sind weniger wichtig?) passen in dieses Bild der Pendelbewegungen. Defizite in den „Basics“ rufen nach Konzepten für nachhaltiges Lernen – und polarisieren erneut: Intensives (auch schematisches) Einüben von Rechenfertigkeiten steht verstehendem Lernen von Konzepten und Strategien diametral gegenüber.

Verschiedene inhaltliche Zugänge, Zielaspekte und auch didaktische Gestaltungsmöglichkeiten haben ihre eigene Berechtigung und ihren Platz aus einer ganzheitlichen Sicht auf Lehren und Lernen. Empirische Studien können dabei helfen, diesen Platz zu finden. Köller (2009) formuliert basierend auf Metaanalysen: *„Lehrkräfte, die kognitiv aktivieren und einen anspruchsvollen Unterricht realisieren, sind erfolgreicher als solche, die sehr stark auf das entdeckende, individualisierende Lernen kapitalisieren.“* (siehe Kollosche, 2017) Aufgabe einer konstruktiven fachdidaktischen Diskussion ist es sowohl aus theoretischer als auch praxisbezogener Perspektive Antworten auf die Frage zu finden, wie Entdeckendes Lernen gelingen kann und unter welchen Bedingungen?

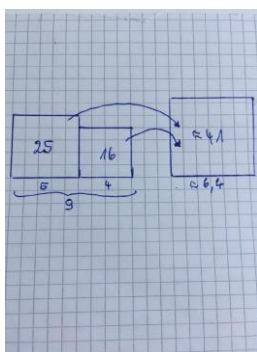
Es gibt Eigenschaften von Entdeckungen als Prozesse und Ergebnisse, die erfüllt sein müssen, um die im Eingangsstatement von Winter unterstellten Wirkungen wie *Nachhaltigkeit* und (ggf.) *Transfer* zu entfalten:

- die zu erkundenden Situationen bieten Anknüpfungspunkte an *Vorerfahrungen* (Analogien)
- *subjektiv Neues* wird (auch) mit eigener Anstrengung gefunden (kognitive Aktivierung)
- und wird den Lernenden *bewusst* (Einsichten, Aufbau von Grundvorstellungen) und von ihnen *wertgeschätzt* (Akzeptanz)
- Prozesse und Ergebnisse sind mit positiven Emotionen verknüpft.

Bezugnehmend auf die Beschreibung von Lernfortschritten nach Vygotski (1978) ist das Anknüpfen an Vorerfahrungen zentral zusammen mit der Bereitstellung von Werkzeugen für eine *Handlungsorientierung* zum Entdecken, die über *trial and error* (*Probierorientierung*) hinausgeht, also Chancen bietet, auch über eine Musterorientierung hinweg eine *Feldorientierung* im Gegenstandsbereich zu erreichen (vgl. zu den Orientierungsgrundlagen geistiger Handlungen (nach Galperin, Giest und Lompscher, 2006, sowie Richter und Bruder 2016). Zu solchen Werkzeugen zählt insbesondere auch Strategiewissen.

Wenn es beispielsweise darum geht zu erkunden, welche Rechenregeln für Wurzelzahlen gelten, sind folgende von Interesse:

$$\sqrt{a} + \sqrt{b}; \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}; \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}; \sqrt{\sqrt{a}}; (\sqrt{a})^n; a \cdot \sqrt{b}$$



$$\sqrt{25} + \sqrt{16} = 5 + 4 = 9 \quad ,\text{aber} \quad \sqrt{25+16} = \sqrt{41} \neq 9$$

Dann ist es hilfreich, sich Rechenbeispiele auszudenken zum Erkunden der Situation sowie Darstellungswechsel zum besseren Verstehen (Visualisierung) vorzunehmen, insbesondere für nicht existierende Regeln wie bei der Addition von Wurzeln.

Das Ausbilden von Strategiewissen als intelligentes Wissen im Sinne von Weinert (2001) erfordert eine lehrergesteuerte direkte Instruktion für einen systematischen, kumulativen Wissensaufbau. Hierfür gibt es verschiedene methodische Möglichkeiten, bei denen auch Entdeckendes Lernen seinen Platz haben kann:

- Gut strukturierter Lehrervortrag mit Folgeaktivitäten zur Aneignung (z.B. Umgang mit EXCEL);
- Erklärvideo für eine Beispielorientierung als Analogiegrundlage mit Folgeaktivitäten;
- Gut strukturierte Lernumgebung, die mit Zielklarheit selbst erarbeitet wird – wenn im Anschluss (an Stationenlernen, Gruppenpuzzle) eine lehrergeleitete Ergebnissicherung und Reflexion erfolgt – mit Folgeaktivitäten individueller Sicherung und ggf. Vertiefung.

Potenzial für Erkundungen im Sinne eines entdeckenden Lernens besteht in solchen typischen Lehr-Lernsituationen wie Einführung und Erarbeitung neuer Themen und Inhalte, Ordnen und Systematisieren und Üben und Anwenden (Vernetzen).

Für die weitere fachdidaktische Diskussion zur Umsetzung von Entdeckendem Lernen erscheinen folgende Rahmenbedingungen und Vorgehensweisen sinnvoll und notwendig:

- Realistischer Umgang mit Erwartungen an *Entdeckendes Lernen* u.a. durch eine konsequente subjektbezogene Begrifflichkeit (individuell Neues, analog zum Kreativitätsbegriff bzw. beim Problemlösen)
- Kein polarisierendes Gegenüberstellen von Methoden/Konzeptionen sondern jeder Konzeption ihr ziel- und inhaltsabhängiges Potenzial in typischen Lehr-Lernsituationen zuweisen – extreme Pendelausschläge mit ihren Risiken und Nebenwirkungen möglichst vermeiden
- Bereitstellen von mehr gelungenen Unterrichtsbeispielen (auch Videoausschnitten) zur Orientierung für die Lehrkräfte und Analyse gegebener Beispiele mit dem Qualitätscheck (siehe Anforderungen an Entdeckungen weiter oben) – dabei ausweisen, welche Aktivitäten der Lernenden und der Lehrkräfte erforderlich sind und welche Rahmenbedingungen erfüllt sein müssen
- Empirische Absicherung der subjektiven Unterrichtserfahrung zu gelingenden Erkundungen von Lernenden und deren Wirkungen.

## Literatur

- Bruder, R. & Prescott, A. (2013). Research evidence on the benefits of IBL. ZDM 45: 811-822.
- Giest, H. & Lompscher, J. (2006). Lerntätigkeit – Lernen aus kulturhistorischer Perspektive. Ein Beitrag zur Entwicklung einer neuen Lernkultur im Unterricht. Berlin: Lehmanns Media.
- Kollosche, D. (2017). Entdeckendes Lernen: Eine Problematisierung. JMD 38: 209-237.
- Richter, K. & Bruder, R. (2016) Das Tätigkeitskonzept als Analyseinstrument für technologiegestützte Lernprozesse im Fach Mathematik. In: G. Heintz, G. Pinkernell & F. Schacht (Hrsg.): Digitale Werkzeuge für den Mathematikunterricht. Festschrift für Hans-Jürgen Elschenbroich. Seeberger: Neuss, S.188-214.
- Vygotsky, L. S. (1978). Interaction between Learning and Development. In M. Gauvain & M. Cole (Hrsg.), Readings on the Development of Children. New York: Scientific American Books, p.34-40.
- Weinert, F. E. (Hrsg.) (2001): Leistungsmessungen in Schulen. Weinheim, Basel: Beltz.
- Winter, H. (1989). Entdeckendes Lernen im Mathematikunterricht. Einblicke in die Ideengeschichte und ihre Bedeutung für die Pädagogik. Braunschweig: Vieweg.