

## **Differenzsensible Lernumgebungen zu Raum und Form – Designprinzipien und Erkenntnisprozesse von Lernenden zwischen gemeinsamen und individuellen Ideen**

Differenzsensible Lernumgebungen sollen allen Kindern im inklusiven Mathematikunterricht ermöglichen, an diesem teilzuhaben und von ihm zu profitieren. Dazu müssen sie sensibel für die verschiedenen Kompetenzen der Kinder sein, um eine Anschlussfähigkeit zu gewährleisten und allen Kindern zu ermöglichen, in ihrem Niveau, Tempo und Verständnis Lernfortschritte zu machen. Wichtig beim Einsatz im inklusiven Mathematikunterricht sind dabei ganzheitliche Zugänge, die Orientierung an Kernideen, die Berücksichtigung material- und bildsensibler Zugänge sowie eine Balance zwischen gemeinsamen und individuellem Lernen (Häsel-Weide & Nührenböcker 2017). Im Geometrieunterricht der Grundschule scheint dies vergleichsweise einfach umsetzbar, da zum Inhaltsbereich Raum und Form kein vollständig konzipierter Lehrgang vorliegt, er weniger stark auf vorangegangenen Inhalten aufbaut (Schipper 2009) und sich an verbindlichen Kernideen im Sinne des Spiralcurriculums orientiert. Geometrische Lernumgebungen zeichnen sich zudem oft durch hohe Handlungsorientierung sowie offene und problemorientierte, natürlich differenzierende Aufgaben aus, die auf die Kooperation von Schülerinnen und Schülern abzielen (Del Piero & Schöttler 2017).

Doch auch wenn die Rahmenbedingungen gut scheinen, über differenzsensible Lernumgebungen gemeinsames Lernen zu ermöglichen, liegen keine empirischen Erkenntnisse darüber vor, inwiefern Kinder in den Lernumgebungen tatsächlich produktiv miteinander auf unterschiedlichen Niveaus lernen. Hier setzt das Forschungsprojekt „KindeR“ an, welches die Interaktions- und Kooperationsprozesse von Kindern in differenzsensiblen Lernumgebungen untersucht. Dazu werden im Sinne fachdidaktischer Entwicklungsforschung Lernumgebungen konzipiert, Design-Experimente im Lehr-Lern-Labor durchgeführt und die Lern- und Interaktionsprozesse der Kinder mit Mitteln interpretativer Unterrichtsforschung analysiert.

### **Dreiecke auf dem Geobrett**

Eine der Lernumgebungen des Projekts ist die Lernumgebung „Dreiecke auf dem Geobrett“. Hierbei stehen den Kindern ein 3·3-Geobrett zum Spannen der Dreiecke sowie eine ikonische Darstellung des Geobretts zur Dokumentation der Dreiecke zur Verfügung. In einer individuellen Erkundungsphase finden sie zunächst viele verschiedene Dreiecke und ordnen diese anschließend in einer initiierten Phase des gemeinsamen Lernens auf einem Plakat.

Bei der Arbeit an der Lernumgebung vertiefen die Kinder im Sinne einer Erweiterung des Begriffsinhalts (Eigenschaften und Beziehungen zwischen Eigenschaften des Dreiecks) und des Begriffsumfangs (Kenntnis prototypischer als auch untypischer Repräsentanten des Dreiecks) ihr Verständnis von Dreiecken, indem sie diese selbst durch Spannen und Zeichnen erzeugen und dabei zwischen der enaktiven und ikonischen Darstellung wechseln. Des Weiteren findet eine erste Annäherung an das Konzept der Kongruenz statt, da die Kinder den Begriff „verschieden“ diskutieren und Dreiecke hinsichtlich dessen vergleichen und ordnen.

### **Differenzsensible Charakterisierung**

Die Lernumgebung entspricht den Kriterien der natürlichen Differenzierung und erfüllt die Charakteristika differenzsensibler, geometrischen Lernumgebung für den inklusiven Unterricht. Alle Kinder erhalten das gleiche Lernangebot und können je nach Stufe der Entwicklung des Begriffsverständnisses vielfältige Entdeckungen machen, die in Anlehnung an ein erweitertes Modell der van Hiele (vgl. u.a. van Hiele 1959) wie folgt beschrieben werden.

Auf der ersten Stufe des ganzheitlichen Begriffsverständnisses ist die Identifizierung eines Dreiecks aufgrund prototypischer und alltäglicher Vorstellungen möglich, wobei der Begriff „Dreieck“ reproduziert wird. Auf einer zum Originalmodell ergänzten Übergangsstufe zwischen Stufe 1 und 2 (vgl. u.a. Clements et al. 1999) erweitert sich das ganzheitliche Verständnis zunehmend um ein Wissen um Eigenschaften der Figur, wobei diese Eigenschaften noch nicht vollständig oder nicht begriffsbestimmend sind. Auf der Stufe des inhaltlichen Begriffsverständnisses werden unabhängig davon, ob es sich um prototypische oder untypische Dreiecke in gewohnter oder ungewohnter Lage handelt, alle Dreiecke als solche identifiziert aufgrund der Kenntnis um die begriffsbestimmenden Eigenschaften. Beziehungen zwischen unterschiedlichen Dreiecken stehen schließlich auf der dritten Stufe des integrierenden Begriffsverständnisses im Vordergrund, worunter auch die Prüfung der Kongruenz zweier Dreiecke fällt. Die Art und Weise der Überprüfung der Verschiedenheit von Dreiecken kann auf ähnlich unterschiedlich tiefen Einsichten zu Kongruenz erfolgen.

Zudem bietet die Lernumgebung durch die hohe Handlungsorientierung und Materialsensibilisierung eine niedrige Zugangsschwelle. Neben der Phase der individuellen Erkundung, in der die Kinder sich bereits informell austauschen können, wird beim Aussortieren und Ordnen der Dreiecke explizit gemeinsamen Lernens initiiert, an dem alle Kinder mit ihren Produkten einbezogen sind und diese gewürdigt werden.

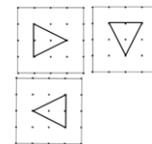
## Analyse der Interaktionsprozesse

Im Fokus der Analyse der Interaktionsprozesse steht die Frage nach Chancen und Grenzen der Lernumgebung hinsichtlich der inhaltlichen Auseinandersetzung und des Erkenntnisgewinns der Kinder im Zuge des gemeinsamen Lernens. Diese wird im Weiteren exemplarisch an zwei Fallbeispiele diskutiert. Beide Episoden betrachten jeweils eine Kleingruppe derselben inklusiven 4. Klasse in der Phase des gemeinsamen Sortierens der Dreiecke.

### *Fallbeispiel 1: Ida, Burak und Emre*

Die Kindergruppe sortiert auf Vorschlag von Ida die Dreiecke, indem zunächst die von Ida gefundenen Dreiecke auf das Plakat gelegt werden und dann die Dreiecke der beiden Jungen hinzu bzw. als Doppelte aussortiert werden. In der Szene hat Emre die ersten seiner Dreiecke platziert:

74 E (legt drei seiner Dreiecke an den Rand des Plakats)



75 B **Nein, hier!** (deutet auf Dreieck oben rechts, nimmt Dreieck unten links weg)

76 E **Nein. Ich hatte die so gemacht!** (nimmt B das Dreieck weg, legt es zurück)

77 B **Ja, aber würdest du oben, untereinander oder oben.** (deutet auf E's Dreiecke)

78 E **Aber das ist andersrum. Das ist nicht so** (dreht Dreieck unten links in die gleiche Position wie Dreieck oben rechts und hält es darüber). **Ich hab` das so gemacht** (dreht und legt das Dreieck zurück)

79 I **Das ist doch egal wie rum! Das ist egal wie rum!**

Die Kinder diskutieren in dieser Szene, ob die von Emre auf das Plakat gelegten Dreiecke in unterschiedlicher Lage verschieden sind oder nicht. Während Emre scheinbar bewusst die unterschiedliche Position als Kriterium für eine Verschiedenheit in den Diskurs einbringt, verweisen Ida und Burak darauf, dass die Lage der Dreiecke nicht ausschlaggebend ist. Alle drei Kinder scheinen gleichermaßen beteiligt, d.h. es handelt sich um eine symmetrische Interaktion (Ko-Konstruktion) zwischen den Kindern (Hackbarth 2017).

### *Fallbeispiel 2: Rosa, Onur, Leon und Wiebke*

Rosa scheint zu Beginn der Szene die Kongruenz zwischen den gleichschenkligen Dreiecken in unterschiedlicher Lage zu erkennen und beginnt mit Onur einen Aushandlungsprozess, ob die Dreiecke als gleich oder verschiedenen anzusehen sind. Leon bringt dann mit der Auswahl eines Dreiecks aufgrund der zeichnerischen Gestaltung eine alternative Idee zur Auswahl von Dreiecken für das Plakat vor, die allerdings nicht zwangsläufig zu

einer Verschiedenheit der Dreiecke führt. In der Folge entsteht eine Strittigkeit, in der die sozialen Ungleichheiten in der Gruppe deutlich werden und eine Exklusion von Leon stattfindet (Hackbarth 2017). Die inhaltliche Diskussion um die Kongruenz der verschobenen Dreiecke kommt zum Erliegen.

32 R **Hier, hier ist noch eins!** (hält zwei Dreiecke übereinander)



33 O **Die, die, ne, die sind fast gleich.**

34 L (nimmt Rosa die Dreiecke ab, legt das obere weg, das untere auf das Plakat)  
**Das ist perfekt, das ist schön!**

35 R (nimmt beide Dreiecke wieder in die Hand)

36 L **Neiiiiin!** (greift nach Dreiecken in Rosas Hand)

37 R **Wir entscheiden, warte!**

Die Fallbeispiele zeigen, dass der Gruppenauftrag, der im Sinne der natürlichen Differenzierung auf das mit- und voneinander lernen abzielt, nicht automatisch zu einer produktiven Teilhabe aller Kinder führt, sondern innerhalb des fachlichen Austauschs soziale Inklusions- und Exklusionsprozesse ablaufen oder gar diesen dominieren. Eine Konkurrenz verhindert so eine inhaltliche Auseinandersetzung, während eine Ko-Konstruktion diese zu begünstigen oder erst zu ermöglichen scheint.

## Literatur

- Clements, D. H., Swaminathan, S., Hannibal, M.A.Z. & Sarama, J. (1999). Young Children's Concept of Shape. In *Journal for Research in Mathematics Education, Vol. 30, No. 2*, S. 192-212
- Del Piero, N. & Schöttler, C. (2017). Von Würfeln und Dreiecken. Geometrische Lernumgebungen in Ebene und Raum für alle Kinder. In U. Häsel-Weide & M. Nührenbörger (Hrsg.), *Gemeinsam Mathematik lernen – mit allen Kindern rechnen* (S. 241 - 251). Frankfurt am Main: Grundschulverband.
- Hackbarth, A. (2017). *Inklusionen und Exklusionen in Schülerinteraktionen*. Bad Heilbrunn: Klinkhardt.
- Häsel-Weide, U. & Nührenbörger, M. (2017). Grundzüge des inklusiven Mathematikunterrichts. In U. Häsel-Weide & M. Nührenbörger (Hrsg.), *Gemeinsam Mathematik lernen – mit allen Kindern rechnen* (S. 8-21). Frankfurt am Main: Grundschulverband.
- Schipper, W. (2009): *Handbuch für den Mathematikunterricht an Grundschulen*. Braunschweig: Schroedel.
- van Hiele, P.M. (1959/1984). The Child's Thought and Geometry. In D. Guys et al. (Hrsg.), *English Translation of Selected Writings of Dina van Hiele-Geldof and Pierre M. van Hiele* (S. 243-252). New York: Brooklyn College.