

Kora Maria DEWEIS, Klagenfurt

Reflektieren im Mathematikunterricht anhand von Schulbuchaufgaben?

Von Seiten der Fachdidaktik als auch auf bildungspolitischer Ebene wird Reflektieren im Mathematikunterricht als wichtig erachtet. Im Forschungsprojekt „Reflexionsorientierung im Mathematikunterricht“ am Institut für Didaktik der Mathematik an der Alpen-Adria-Universität Klagenfurt wird unterschiedlichen Fragestellungen in diesem Zusammenhang nachgegangen (für nähere Informationen zu dem Projekt sowie zum fachdidaktischen Hintergrund siehe den Beitrag von E. Schneider in diesem Band).

Fragestellung und Vorgehensweise

Da Schulbücher eine unbestritten hohe Bedeutung im Mathematikunterricht haben, wurde als ein erster Schritt des Projektes eine Schulbuchanalyse durchgeführt. Das Forschungsinteresse bestand darin, festzustellen, ob und welche Art von Reflexionsaufgaben es in Schulbüchern gibt und in welchem Ausmaß diese vorkommen. Hierzu wurden fünf gängige österreichische Mathematikschulbücher der 8. Schulstufe analysiert (zu Schulbüchern der Sekundarstufe II siehe den Beitrag von M. Cetic in diesem Band).

Die untersuchten Schulbücher der 8. Schulstufe sind sowohl für die AHS-Unterstufe (Gymnasien) als auch für die Neue Mittelschule (vormals Hauptschule) approbiert.

Für die Schulbuchanalyse wurde zu Beginn festgelegt, was innerhalb des Projektes mit Reflektieren gemeint ist und welche Reflexionsarten unterschieden werden können. Anschließend wurden sämtliche Aufgaben in den analysierten Schulbüchern durchgesehen und jene ausgewählt, welche sich den zuvor festgelegten Reflexionsarten zuordnen lassen. Die ausgewählten Aufgaben wurden dann im Projektteam diskutiert.

Arbeitsdefinition von Reflexion

Im Rahmen des Projekts „Reflexionsorientierung im Mathematikunterricht“ wurde ausgehend von vorhandener fachdidaktischer Literatur Reflektieren folgendermaßen festgelegt: Reflektieren meint das Nachdenken über Eigenschaften, Zusammenhänge, Beziehungen, die anhand des (objekt-sprachlich) Vorliegenden nicht unmittelbar einsichtig oder daraus unmittelbar ableitbar sind.

In Anlehnung an die Arbeit von O. Skovsmose (1998) sowie jene von K. Lengnink (2005) und W. Peschek et al. (2008) wurden dazu vier Reflexionsarten unterschieden, die im Folgenden kurz vorgestellt werden.

- Mathematikorientierte Reflexion meint das Nachdenken über mathematische Eigenschaften mathematischer Konzepte (mathematischer Begriffe, Objekte, Verfahren, Darstellungen u. Ä.) und über Zusammenhänge innerhalb dieser oder zwischen den Konzepten.
- Modellorientierte Reflexion meint das Nachdenken über Beziehungen zwischen mathematischen Konzepten und außermathematischen Situationen sowie über die Passung, Grenzen und impliziten Annahmen mathematischer Modelle für außermathematische Situationen.
- Kontextorientierte Reflexion meint das Nachdenken über Wirkungen mathematischer Konzepte in unserer Welt sowie über die (oft versteckte) gesellschaftliche oder politische Funktion von Mathematisierungen.
- Persönlichkeitsorientierte Reflexion meint das Nachdenken über Wichtigkeit und Relevanz mathematischer Konzepte für einen selbst sowie über persönliche Haltungen und Einstellungen zu mathematischen Konzepten und über das eigene mathematische Tun.

Ausgewählte Ergebnisse

Im Zuge der Schulbuchanalyse wurden über 6700 Aufgaben durchgesehen. Dabei konnten nur 53 Aufgaben identifiziert werden, die über eine Fragestellung mit einem Reflexionspotenzial im oben genannten Sinne verfügen. Dies sind insgesamt gesehen weniger als ein Prozent aller Aufgaben in den untersuchten Schulbüchern. Auch zwischen den Schulbüchern gibt es, was das Reflexionspotenzial der Aufgaben anbelangt, kaum Unterschiede. So liegt der entsprechende Prozentsatz zwischen rund 0,6 und 1,2 Prozent. Außerdem ist es häufig der Fall, dass nicht die gesamte Aufgabe, sondern nur ein Teil der Fragestellungen als Reflexionsanlass gelten kann.

Wenn man diese wenigen Aufgaben auf die Art des Reflexionspotenziales hin untersucht, so kann man feststellen, dass knapp die Hälfte der Aufgaben eine Fragestellung zu einer Mathematikorientierten Reflexion haben, die restlichen Aufgaben auf Modellorientierte Reflexion abzielen. Kontext- sowie Persönlichkeitsorientierte Reflexionen, in dem oben erwähnten Sinne, kommen überhaupt nicht vor.

Aufgaben zur Mathematikorientierten Reflexion sind zum Beispiel solche, bei denen über Vorteile (und Nachteile) unterschiedlicher mathematischer

Verfahren, Darstellungsformen, Schreibweisen oder statistischer Kennzahlen etc. nachgedacht werden sollte oder andere, bei denen es um konkrete mathematische Zusammenhänge geht, wie dies zum Beispiel in folgender Aufgabe der Fall ist.

„Wenn man bei einem Deltoid die Diagonale f entlang der Diagonale e verschiebt, bleiben Flächeninhalt und Umfang gleich groß“, behauptet Maria. Hat sie recht? Begründe deine Antwort!“ (Boxhofer et al., 2015, S. 50)

Bei dieser Aufgabe gibt es im Wesentlichen zwei Aufgabenteile, wobei nur einer ein Reflexionspotenzial aufweist. Einerseits soll bei diesem Beispiel bewertet werden, ob der Flächeninhalt gleich groß bleibt, wenn sich die Längen der Diagonalen im Deltoid nicht ändern. Hier handelt es sich um keine Reflexion, da die Schülerinnen und Schüler an dieser Stelle bereits die Formel für die Berechnung des Flächeninhalts im Deltoid kennen gelernt haben und die Antwort somit unmittelbar einsichtig bzw. ableitbar ist. Wie jedoch andererseits der Umfang, also die Summe der Längen der Seiten, mit der Verschiebung der einen Diagonale entlang der anderen zusammenhängt, ist nicht unmittelbar ableitbar, wurde zuvor im Schulbuch nicht behandelt und muss daher durch Nachdenken über Zusammenhänge ermittelt werden.

Die wenigen Aufgaben zur Modellorientierten Reflexion kommen vermehrt aus dem Bereich der Funktionen oder statistischen Kennzahlen und Darstellungen. Anhand eines Beispiels soll exemplarisch gezeigt werden, wie eine solche Aufgabe zur Modellorientierten Reflexion in den untersuchten Schulbüchern aussehen kann (siehe Abbildung):

Um 08:00 Uhr fährt ein LKW mit 80 km/h von Wien nach Graz (Entfernung 190 km).
Um 09:00 Uhr fährt ein PKW von Graz mit 120 km/h nach Wien.

- a) Wann fahren die beiden Autos aneinander vorbei?
- c) Überlege, welche Voraussetzungen erfüllt sein müssen. Wie genau können diese Voraussetzungen in Wirklichkeit eingehalten werden? Wie genau wird daher die Lösung mit dem Zusammentreffen in Wirklichkeit übereinstimmen?

Abbildung: Aus Floderer et al., 2013, S. 149

In Teil c) geht es um ein Nachdenken über die dem mathematischen Modell zugrundeliegenden impliziten Annahmen (hier konstante Geschwindigkeit), deren Passung für die vorliegende außermathematische Situation und über die Grenzen des Modells. Die Formulierung in der Teilaufgabe c) mit „Wie genau...“ ist jedoch nicht ganz unproblematisch, da sie eine ungefähre Passung des Modells suggeriert, obwohl dies in Wirklichkeit natürlich nie möglich ist.

Das Fehlen von Kontext- sowie Persönlichkeitsorientierten Reflexionsanlässen hat doch überrascht, da Fragestellungen in diese Richtung auch anhand der Inhalte der 8. Schulstufe durchaus denkbar sind. So könnten Schülerinnen und Schüler beispielsweise nicht nur dazu angehalten werden, über die gesellschaftliche Funktion von statistischen Kennzahlen oder der (Zinses-)Zins-Formel nachzudenken, sondern auch über die persönliche Bedeutung der Kenntnis einzelner mathematischer Konzepte oder mathematischer Inhalte. Sie könnten auch aufgefordert werden, sich beispielsweise Argumente für oder gegen die Abschaffung von bestimmten Inhalten aus dem Lehrplan zu überlegen, oder über ihre persönlichen Einstellungen zu mathematischen Themen nachzudenken.

Fazit

Ob die wenigen, in den Schulbüchern identifizierten, Reflexionsaufgaben im Unterricht auch tatsächlich behandelt werden, kann an dieser Stelle nicht beantwortet werden. So ist es beispielsweise denkbar, dass im Unterricht die entsprechenden Aufgaben überhaupt nicht bearbeitet werden, es könnten den Schülerinnen und Schülern andererseits auch deutlich mehr Reflexionsanlässe von Seiten der Lehrpersonen geboten werden. Es kann jedoch festgehalten werden, dass das Reflexionsangebot seitens der (untersuchten) Schulbücher sehr begrenzt ist. Will man also Reflexionen im Mathematikunterricht fördern und auch Lehrerinnen und Lehrern entsprechende Hilfestellungen geben, wird man wohl selbst Reflexionsanlässe entwickeln, erproben und entsprechend aufbereitet für den Unterricht zugänglich machen müssen.

Literatur

- Boxhofer, E., Huber, F., Lischka, U. & Panhuber, B. (2015). *mathematiX 4*. Linz: Veritas-Verlag.
- Floderer, M., Fischer, C., Marounek, R., Oberhauser, R. & Fisch, M.-H. (2013). *Mach mit Mathematik 4*. Wien: Österreichischer Bundesverlag.
- Lengnink, K. (2005). Mathematik reflektieren und beurteilen - Ein diskursiver Prozess zur mathematischen Mündigkeit. In K. Lengnink & F. Siebel (Hrsg.), *Mathematik prä-sentieren, reflektieren, beurteilen. Darmstädter Schriften zur allgemeinen Wissenschaft, Vol. 4*. (S. 21–36). Mühlthal: Verlag Allgemeine Wissenschaft - HRW.
- Peschek, W., Prediger, S. & Schneider, E. (2008). Reflektieren und Reflexionswissen im Mathematikunterricht. *PM Praxis der Mathematik in der Schule*, 50(20), 1–6.
- Skovsmose, O. (1998). Linking Mathematics Education and Democracy: Citizenship, Mathematical Archaeology, Mathemacy and Deliberative Interaction. *ZDM Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 30(6), 195–203.