

Die selbstdifferenzierende Aufgabe als Form der Differenzierung im Mathematikunterricht

Bei der Gestaltung effektiver Fortbildungen für Lehrkräfte gibt es eine Reihe von Herausforderungen, die im vorliegenden Beitrag näher betrachtet werden. Exemplarisch wird hierfür der Fortbildungsgegenstand „**Strategien des Differenzierens im Mathematikunterricht**“ gewählt. Konkretisiert wird dies an der Aufgabe „*Schokolade gerecht aufteilen*“ unter den Aspekten „Unterstützende Materialien“, „Rolle der Lehrkraft“, „Blick auf Schülerinnen und Schüler“ sowie „Einflussgrößen“.

Um die im Lehrplan und in den Bildungsstandards festgeschriebenen inhalts- und prozessbezogenen Kompetenzen aufzubauen, bedarf es kognitiv herausfordernder Lernaufgaben. Bei der Nutzung wird jedoch das ganze *Potenzial einer Aufgabe* nur unzureichend ausgeschöpft (Stein & Lane, 1996; Jordan et al., 2008; Leuders & Föckler, 2016). Mit Blick auf die Heterogenität der Lerngruppen wird die Auflösung des Lernens im Gleichschritt gefordert (z. B. Heymann, 1991).

Bei der **äußeren Struktur** von Aufgaben können folgende vier Typen unterschieden werden: *Gestuft differenzierende* Aufgaben, Aufgabengruppen mit *Wahl und Pflicht*, *paralleldifferenzierende* und *selbstdifferenzierende* Aufgaben (vgl. Leuders & Prediger, S. 132 f.).

Unter dem **Aufgabentyp „selbstdifferenzierend“** wird eine „natürlich differenzierende Aufgabe“ verstanden, bei der Lernende durchgehend an denselben Fragen arbeiten, aber selbst Umfang und Tiefe der Bearbeitung wählen (vgl. Wittmann/Müller, 2004; Leuders 2009). Im spezifischen Bereich der Aufgabenkultur sind selbstdifferenzierende Formate eine Möglichkeit der natürlichen Differenzierung (Müller/Wittmann, 1998; Hirt/Wälti 2008; Krauthausen/Scherer, 2010) bzw. der offenen Differenzierung (z. B. Heymann, 1991). Hauptmerkmal dieses Aufgabentyps sind Offenheit, unterschiedliche Anspruchsniveaus, Zugangsweisen und Bearbeitungswege (vgl. Hengartner et al., 2006; Hußmann & Prediger, 2007; Leuders & Prediger, 2016).

Bei der Planung eines differenzierenden Mathematikunterrichts werden mehrere didaktische Entscheidungsfelder berücksichtigt (vgl. ZAFE-Schema nach Leuders & Prediger, 2016): *Differenzierungsziele, Differenzierungsaspekte, Differenzierungsformate und Differenzierungsebenen*.

Die Aufgabe „Schokolade gerecht aufteilen“


Die Aufgabe wurde dem Lehrwerk „mathewerkstatt 6“ (Prediger et al., 2013b, S. 26) entnommen und verändert, um den Eigenschaften der Selbstdifferenzierung gerecht zu werden. Differenzierungsziel ist die Förderung und Nutzung der Vielfalt an Strategien und Lösungen. In ihrer Offenheit und Zugänglichkeit wird sie den unterschiedlich Lernenden gerecht. Thematisiert wird die Problematik des Aufteilens und Verteilens in der Phase des Erkundens. Die Aufgabe eignet sich für Klassenstufe 4 bis 6.

Schokolade gerecht aufteilen

Eine Schokoladenfirma möchte eine neue Schokoladentafel entwerfen. Die Tafel soll bei möglichst verschieden großen Familien gerecht aufgeteilt werden.

Die Firma überlegt, welche Anzahl von Stückchen sie dafür wählen soll.

- Wie geeignet sind die Anzahlen von Stückchen in den beiden Bildern?



Du kannst zunächst probieren, wie man die beiden Tafeln bei 4 oder 5 Personengerecht aufteilen kann!

- Findest du eine Tafel, die für 4 und auch für 5 Personen gerecht aufgeteilt werden kann?
Findest du auch mehrere Lösungen?
- Welche Anzahl von Schokoladestückchen wäre deiner Meinung nach für möglichst viele verschiedene Personenanzahlen am besten?
Findest du auch mehrere Lösungen?

Erkläre möglichst ausführlich deine Überlegungen.

Du kannst eine Zeichnung, eine Rechnung oder die ausliegenden Materialien verwenden.



Unterstützende Materialien

Der Einsatz von Materialien dient dazu, den unterschiedlichen Voraussetzungen und Neigungen der Lernenden gerecht zu werden. Für die Aufgabe „Schokolade gerecht aufteilen“ werden vorstellungsunterstützende Begleitmaterialien angeboten, die sich an die Neigungen der Schülerinnen und Schüler anpassen: Legeplättchen, vergrößertes Karopapier und Fotos von unterschiedlichen Schokoladentafeln. Gestufte Materialien, die optional zur Verfügung gestellt werden und in unterschiedlicher Tiefe unterstützen, eignen sich vor allem auch für Inklusionsschülerinnen und -schüler. Als Formulierungshilfen dienen Wortspeicher, zur Erstellung eines Lösungsplans hilft eine Anleitung zum schrittweisen Vorgehen.

Blick auf die Lehrkraft

Die Lehrkraft übernimmt die Rolle des Lernberaters, indem sie *minimale Hilfen* (Aebli, 1983) und *gestufte Hilfen* (Zech, 1996) fokussiert anbietet. Durch *adaptive Lehrerinterventionen* (Leiss, 2010) wird minimale individuelle Unterstützung mit dem Ziel der maximalen Selbstständigkeit gegeben. Scherres und Prediger (2012) konnten zeigen, dass gerade in selbstdifferenzierendem Unterricht die Lehrkraft keineswegs überflüssig ist, sondern eine wichtige Rolle einnimmt, denn Lernende nutzen nicht „automatisch“ das für sie geeignete Arbeitsniveau.

Blick auf Schülerinnen und Schüler

Heterogenität und Vielfalt zeigen sich bei der Bearbeitung selbstdifferenzierender Aufgaben auf unterschiedliche Art:

- Die Lernenden wählen selbst ihren Weg und das Ziel (z. B. können bei der Bearbeitung des zweiten, offenen Teils Zahlen mit vielen Teilern (30 ist durch 2, 3, 5, 6, 10 und 15 teilbar.) und Zahlen mit wenig Teilern (14 ist nur durch 2 und 7 teilbar) gefunden werden).
- Nutzung verschiedener Strategien (z. B. zeichnerisch: Aufteilung einer selbstgewählten Schokoladengröße, rechnerisch: z. B. Division oder Multiplikation, verbal: Beschreibung der Vorgehensweise)

Einflussgrößen auf die Auswahl einer selbstdifferenzierenden Aufgabe

Bei der Planung differenzierenden Unterrichts spielen mehrere Faktoren eine Rolle, die jeweils Grenzen und Möglichkeiten selbstdifferenzierender Aufgaben ausloten.

Auf personaler Ebene der Lehrkraft bestimmen Einstellungen, Überzeugungen oder das Ausmaß an Flexibilität die Wahl einer Aufgabe. Auf Seite

der Lernenden ist die Breite und Tiefe der Heterogenität (z. B. Leistungsvoraussetzungen, sprachliche Fähigkeiten), der Umgang selbstständigen Arbeitens und deren Motivation zu berücksichtigen. Auf Ebene der Differenzierungsaspekte sind die Ziele (z. B. Vielfalt nutzen), unterstützende Materialien und Medien oder methodische Überlegungen wichtige Entscheidungsfelder.

Literatur

- Aebli, H. (1983). *Zwölf Grundformen des Lehrens: Eine allgemeine Didaktik auf psychologischer Grundlage* (1. Aufl.). Stuttgart: Klett-Cotta.
- Bohl, T., & Wacker, A. (Eds.). (2016). *Die Einführung der Gemeinschaftsschule in Baden-Württemberg: Abschlussbericht der wissenschaftlichen Begleitforschung (Wiss-Gem)*. Waxmann Verlag.
- Heymann, H. W. (1991): Innere Differenzierung im Mathematikunterricht, in: *Mathematik lehren* 49, S. 63-66.
- Krauss, S., Neubrand, M., Blum, W., Baumert, J., Brunner, M., Kunter, M., & Jordan, A. (2008). Die Untersuchung des professionellen Wissens deutscher Mathematik-Lehrerinnen und-Lehrer im Rahmen der COACTIV-Studie. *Journal für Mathematik-Didaktik* 29, 233-258.
- Leiss, D., & Tropper, N. (2014). *Umgang mit Heterogenität im Mathematikunterricht. Adaptives Lehrerhandeln beim Modellieren*. Berlin, Heidelberg: Imprint: Springer Spektrum (Mathematik im Fokus).
- Leuders, T., & Prediger, S. (2016). *Scriptor Praxis/Flexibel differenzieren und fokussiert fördern im Mathematikunterricht*. Berlin: Cornelsen Scriptor.
- Prediger, S., & Scherres C. (2012). Niveaugemessenheit von Arbeitsprozessen in selbstdifferenzierenden Lernumgebungen. Qualitative Fallstudie am Beispiel der Suche aller Würfelnetze. *Journal für Mathematik-Didaktik* 33, 143-173.
- Zech, F. (1996). *Grundkurs Mathematikdidaktik: Theoretische und praktische Anleitungen für das Lehren und Lernen von Mathematik*. Weinheim: Beltz