

## **Wer Schule kann, der kann auch Hochschule?**

Wer gut ist im Mathematik-Abitur, dem fällt ein Mathematik-Studium nicht automatisch leicht. Denken und Arbeiten in Schule und Hochschule unterscheiden sich gravierend. Wissenschaftspropädeutisches Arbeiten als ausgewiesenes Ziel der gymnasialen Oberstufe soll im Rahmen des Mathematikunterrichts typische fachwissenschaftliche Denk- und Arbeitsweisen initiieren und dadurch auf ein Studium der Mathematik (oder verwandter Fächer) vorbereiten. Als Beitrag zum Lehrertag wird im Folgenden eine Mixed-Methods-Studie zu Wissenschaftspropädeutischen Seminaren im Fach Mathematik (gymnasiale Oberstufe, Bayern) vorgestellt und dabei gezeigt, wie im Rahmen dieser Seminare wissenschaftspropädeutisches Arbeiten in die Praxis umgesetzt wird.

### **Mixed-Methods-Studie zu W-Seminaren**

W-Seminare sind ein verpflichtendes Unterrichtsformat der gymnasialen Oberstufe im derzeit noch achtjährigen Gymnasium in Bayern. Konzipierung und Durchführung der Seminare obliegen dabei den Lehrkräften der Gymnasien ohne stoffinhaltliche Vorgaben durch den Lehrplan. Das Seminar erstreckt sich über die Halbjahre 11/1, 11/2 und 12/1, wobei eine Doppelstunde pro Woche zur Verfügung steht. Nach einer Einführung in ein gemeinsames Rahmenthema besteht die Hauptleistung der Schülerinnen und Schüler im Anfertigen einer schriftlichen Seminararbeit sowie in einer Abschlusspräsentation zu einem individuellen Thema, das sich aus dem Rahmenthema ableitet. Ziel eines W-Seminars ist die Vermittlung von Fach- und Methodenkompetenz in selbstständigem, wissenschaftlichem Arbeiten. Die Schülerinnen und Schüler können wählen, in welchem Fach sie das W-Seminar besuchen (vgl. ISB, 2008).

Ein mathematisches W-Seminar soll somit Schülerinnen und Schülern wissenschaftspropädeutisches Arbeiten im Fach Mathematik ermöglichen, das heißt anhand exemplarischer fachmathematischer Inhalte sollen hochschuladäquate Denk- und Arbeitsweisen angestoßen werden. Das spielt gerade für ein späteres Mathematik haltiges Studium eine wichtige Rolle, da die Mathematik der Hochschule als formal-axiomatische Theorie nach dem Schema „Definition-Satz-Beweis“, mit ihrer inhaltlichen Abstraktheit und mit ihren strengen Argumentationsweisen (z.B. Reichersdorfer et al., 2014; Reiss & Ufer, 2009) für die meisten Lernenden neu sein wird. Dabei steht auch ihr vertrautes Bild des Schulfaches Mathematik mit dem Wesen der Wissenschaftsdisziplin Mathematik in Konflikt. Aufgrund neuartiger Er-

fahrungen, die Schülerinnen und Schüler im Rahmen eines W-Seminars mit Mathematik machen können, ergeben sich folgende zentrale Forschungsfragen:

- 1) Welchen Einfluss hat die Teilnahme an einem mathematischen W-Seminar auf bestehende Schülerüberzeugungen zu Mathematik und was sind Ursachen für mögliche Veränderungsprozesse?
- 2) Inwieweit findet im Rahmen von mathematischen W-Seminaren wissenschaftspropädeutisches Arbeiten statt und was bewirkt dieses Arbeiten insbesondere hinsichtlich Denk- und Arbeitsweisen?

Eine quantitative Untersuchung (N=206) zu Schülerüberzeugungen mittels Fragebogen im Prä-Post-Design diente der Beantwortung von Forschungsfrage 1). Es stellte sich heraus, dass a) Überzeugungen zu Mathematik von Schülerinnen und Schülern mit mathematischem W-Seminar sich zu beiden Messzeitpunkten deutlich von den Überzeugungen derer ohne mathematisches Seminar unterschieden (stärkere konstruktivistische Überzeugungen bei Lernenden mit, stärkere transmissive Überzeugungen bei Lernenden ohne mathematisches W-Seminar) und dass b) über die Messzeitpunkte hinweg in beiden Gruppen transmissive Überzeugungen nahezu unverändert blieben und konstruktivistische Überzeugungen zunahmten. Bei letzteren konnte ein Unterschied bei den Differenzwerten zwischen den Gruppen zumindest deskriptiv nachgewiesen werden (vgl. Frank & Krauss, 2016).

Um Ursachen für Veränderungsprozesse in den Überzeugungen aufdecken und diese wiederum auf Erfahrungen im Rahmen des W-Seminars zurückführen zu können, wurden Leitfadeninterviews mit ausgewählten Schülerinnen und Schülern verschiedener mathematischer W-Seminare durchgeführt. Darüber hinaus sollten die Interviews Aufschluss über Gemeinsamkeiten und Unterschiede in Inhalt und Ablauf der einzelnen W-Seminare geben sowie insbesondere über jeweils initiierte hochschuladäquate Denk- und Arbeitsweisen (Beantwortung von Forschungsfrage 2). An dieser Befragung nahmen 31 Schülerinnen und Schüler aus sechs W-Seminaren teil.

### **Umsetzung eines W-Seminars und Ergebnisse der Interview-Studie**

Am W-Seminar „Welt der Zahlen“ (Teilgebiet Zahlentheorie) nahmen 13 Schülerinnen und Schüler des Abiturjahrganges 2013/2015 eines Regensburger Gymnasiums teil. Die Einführung in das Rahmenthema des Seminars umfasste zehn Doppelstunden im Halbjahr 11/1. Es wurde jeweils durch kurze Input-Phasen in verschiedene zahlentheoretische Inhalte (z.B. Kongruenz von Zahlen, komplexe Zahlen) sowie allgemein-mathematische Techniken und Prinzipien (z.B. Beweisarten) eingeführt, an die sich Phasen des Selbstauprobierens und Selbsterarbeitens anschlossen, unterstützt

durch die Lehrkraft. Die Lernenden sahen sich hier häufig mit Problemstellungen konfrontiert, mit denen sich auch Studierende zu Beginn ihres Studiums (in Brückenkursen vor Studienbeginn oder im ersten Semester) auseinandersetzen müssen. Eine Aufgabenstellung zum Thema Teilbarkeit, bei der ein direkter bzw. indirekter Beweis geführt werden sollte, lautete:

*Beweisen Sie folgende Aussagen:*

- a) *Die Summe zweier gerader natürlicher Zahlen  $m$  und  $n$  ist gerade.*
- b) *Ist die Summe zweier natürlicher Zahlen  $m$  und  $n$  gerade, so sind diese Zahlen entweder beide gerade oder beide ungerade.*

Am Ende des Halbjahres wurden die Seminararbeitsthemen zugeteilt, wobei die Schülerinnen und Schüler hier ein Mitspracherecht hatten und sich auf diese Weise nach eigenem Interesse spezialisieren konnten. Themen waren z.B. *Stellenwertsysteme und Teilbarkeitsregeln* oder *Ungelöste Probleme der Zahlentheorie*. Der gesamte Prozess von der Themenvergabe über die Literaturrecherche, die Erarbeitung und Aufbereitung der Inhalte bis hin zu deren Niederschrift wurde durch gemeinsame und individuelle Treffen der Schülerinnen und Schüler mit der Lehrkraft während des Halbjahres 11/2 unterstützt und begleitet. Nach etwa neun Monaten gaben die Schülerinnen und Schüler ihre Seminararbeiten ab und referierten in einer abschließenden Präsentation am Ende des Halbjahres 12/1 über ihr Thema. Dabei beantworteten sie Fragen der übrigen Seminarteilnehmerinnen und -teilnehmer sowie der Lehrkraft.

Unmittelbar nach Beendigung des Seminars (nach den Abschlusspräsentationen) wurden Leitfadeninterviews mit allen Schülerinnen und Schülern des Seminars geführt. Dabei interessierte unter anderem, inwieweit anhand der reflektierenden Aussagen der Befragten zum Denken und Arbeiten im Rahmen des W-Seminars (im Vergleich zum üblichen Mathematikunterricht) festzustellen ist, dass wissenschaftspropädeutisch gearbeitet wurde und dabei hochschuladäquate Denk- und Arbeitsweisen initiiert werden konnten.

Die folgenden beiden Aussagen weisen darauf hin, dass das W-Seminar Sichtweise und Haltung der Schülerinnen und Schüler in Richtung einer wissenschaftlichen und damit hochschuladäquaten Denk- und Arbeitsweise beeinflusst hat:

*Schüler(in) A: „Ja also im **Unterricht** ist es mehr so **anwendungsbezogen**, also ich, sozusagen, für die Klausur muss ich dann die und die **Rechenoperation durchführen** können. Aber warum jetzt das so ist [...], wird nicht besprochen. Also sozusagen, im Mathematik-Unterricht ist es halt mehr so auf Aufgaben bezogen, und im **W-Seminar**, also wie ich es jetzt kennengelernt habe, ist es mehr so... ja, halt auch die **Hintergründe zu hinterfragen**, und sozusagen, ist das wirklich **allgemeingültig**, und kann man das so sagen, und inwiefern kann ich es auch auf andere Sachen anwenden.“*

Während das *Wesen von Mathematik in der Schule* darin besteht, konkrete Dinge anhand anwendungsbezogener Aufgaben zu berechnen, wird mit der Mathematik *in diesem W-Seminar* eher das Finden von Begründungen und das Zeigen von Allgemeingültigkeiten assoziiert.

Schüler(in) B: „Also der *Mathematik-Unterricht in der Schule* basierte eher auf **Rechnen**, eher auf **Lösungsschritte auswendig lernen**, also wirklich auswendig lernen. Und **hier** ging es mehr darum etwas zu verstehen, sich die ganzen **Formeln herzuleiten**, auch die **Zusammenhänge zu verstehen**. Und ja in der normalen Schul-Mathematik war es wirklich so: Man hatte eine Aufgabe, die Lehrkraft hat sie gelöst, man hat sie zu Hause nachgemacht und die Lösungsschritte auswendig gelernt und das war es. Und ja das war eigentlich der größte Unterschied.“

Während das *Mathematik-Lernen in der Schule* eher Strategien des Memorierens bedarf, sind für das Lernen und Verstehen der Mathematik *in diesem W-Seminar* eher Strategien der Elaboration hilfreich.

Die Befragung von Teilnehmerinnen und Teilnehmern weiterer W-Seminare deutet allerdings darauf hin, dass die Erkenntnisse aus den qualitativen Aussagen zu diesem W-Seminar nicht verallgemeinert werden können. Je nachdem wie die Lehrkraft das Seminar gestaltet und ob das Rahmenthema des Seminars beispielsweise eher der angewandten Mathematik (z.B. aus den Bereichen Finanz- oder Wirtschaftsmathematik) oder eher der reinen Mathematik (z.B. aus den Bereichen Differentialgeometrie oder Zahlentheorie) zuzuordnen ist, werden dabei unterschiedliche Denk- und Arbeitsweisen vermittelt.

## Literatur

- Frank, A. & Krauss, S. (2016). Wie werden Schülerüberzeugungen (Beliefs) zu Mathematik durch die neuen Unterrichtsformate der gymnasialen Oberstufe beeinflusst. In Institut für Mathematik und Informatik Heidelberg (Hrsg.), Beiträge zum Mathematikunterricht 2016 (S. 277-280). Münster: WTM.
- ISB – Staatsinstitut für Schulqualität und Bildungsforschung (2008). Die Seminare in der gymnasialen Oberstufe.  
[https://www.isb.bayern.de/download/1581/isb\\_seminare\\_komplett\\_2-aufl.pdf](https://www.isb.bayern.de/download/1581/isb_seminare_komplett_2-aufl.pdf)  
(04.03.2018)
- Reichersdörfer, E., Ufer, S., Lindmeier, A. & Reiss, K. (2014). Der Übergang von der Schule zur Universität: Theoretische Fundierung und praktische Umsetzung einer Unterstützungsmaßnahme am Beginn des Mathematikstudiums. In I. Bausch, R. Biehler, R. Bruder, P. Fischer, R. Hochmuth, W. Koepf, S. Schreiber & T. Wassong (Hrsg.). *Mathematische Vor- und Brückenkurse. Konzepte, Probleme und Perspektiven* (S. 37-53). Wiesbaden: Springer.
- Reiss, K. & Ufer, S. (2009). Was macht mathematisches Arbeiten aus? Empirische Ergebnisse zum Lernen von Argumentationen, Begründungen und Beweisen. *Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung*, 111, 155-177.