

Stellenwertverständnis und verständiges Rechnen

Dieses Minisymposium hatte das Ziel, den Diskurs rund um das Thema „Stellenwertverständnis und Rechnenlernen“ anzureichern, indem konzeptionelle Ansätze und empirische Untersuchungen zusammengedacht werden.

Kernfragen waren dabei folgende:

- Der mathematikdidaktische Diskurs zum Rechnenlernen über die Zahl 10 hinaus hat in den letzten Jahren eine deutliche Zäsur vollzogen. Immer mehr etabliert sich die Position, dass sicheres, verständiges, im Idealfall ökonomisch-aufgabenadäquates Rechnen nur auf Grundlage von Verständnis des dezimalen Stellenwertsystems aufgebaut werden kann. Diese Position scheint bislang aber noch nicht ausreichend durch systematische empirische Untersuchungen untermauert. Im Minisymposium zeigte sich hier ein Konsens, aber es herrscht weiterhin ein Mangel an systematischen konzeptionellen Arbeiten mit zugehörigen Erfahrungsberichten, andererseits an empirischen Untersuchungen. Rödler stellte eine konzeptionell umfassende Konzeption vor. Die Beiträge von Fromme/Schulz, von Kortenkamp/Ladel und von Schermann setzten lokale Impulse. Im Vortrag von Meyerhöfer wurde im Sinne eines falsifikatorischen Ansatzes diskutiert, inwiefern Sprachstrukturwissen ein Suchfokus sein könnte für die Frage, warum Schülerinnen und Schüler (wenig verständig) Rechnen lernen ohne Stellenwertverständnis bzw. ohne das Stellenwertverständnis-Element „Verständnis von Bündelung(s)- und Entbündelung(s)prinzip“.

- Im deutschsprachigen Raum hat sich in der Unterrichtspraxis der Grundschule durchgesetzt, in Klasse 1 im Wesentlichen mit den Zahlen bis 20 zu arbeiten, in Klasse 2 bis 100, in Klasse 3 bis 1000, erst ab Klasse 4 darüber. Zugleich scheint Konsens darüber zu bestehen, dass die Zahlen bis 20 und selbst noch bis 100 als Material und „Erfahrungsraum“ für das Gewinnen vertiefter Einsicht in die Prinzipien des dezimalen Stellenwertsystems nicht ausreichen. Stoffdidaktisch spricht manches für andere curriculare Aufteilungen: In Klasse 1 etwa könnte sich die Erarbeitung nicht-zählender Rechenstrategien und insbesondere die Automatisierung auf die Zahlen bis 10 konzentrieren. Strategien, die bereits für nicht-zählendes Rechnen bis 10 grundlegend sind (z.B. das Zusammensetzen und Zerlegen von Zahlganzen, die im Teil-Ganze-Konzept erfasste wurden, insbesondere unter Nutzung der Kraft der Fünf; Ableiten von automatisierten Verdoppelungen und Halbierungen), können von Kindern in der Regel auch dann für Summen und Minuenden bis 20 genutzt werden, wenn diese die Zahlen von 11 bis 20 noch nicht als Zusammensetzung aus Zehnern und Einern (sondern lediglich als

10 + x) verstehen. Schon Ende des 1. Schuljahres oder spätestens im 2. Schuljahr könnten dann aber Bündelungs- und Stellenwertprinzip (und später „Zahlenraumorientierung“; s.u.) sofort bis in den zumindest dreistelligen Bereich thematisiert werden – in der Erwartung, damit Lernchancen zu erhöhen. Alternativ denkbar wäre, bereits im ersten Schuljahr das Bündeln zumindest bis 99 mit größerer Konsequenz zu erarbeiten, als es derzeit in manchen fachdidaktischen Handbüchern und durch manche Schulbücher im Sinne von „erlaubten Grenzüberschreitungen“ über 20 hinaus angeregt wird. Derart deutliche Änderungen curricularer Usancen bedürften freilich einer umfassenderen theoretischen und empirischen Absicherung. Wir suchten sowohl nach konzeptionellen Beiträgen, die Argumente für oder gegen diese oder andere Alternativen zur gängigen Staffelung 20/100/1000 sammeln, als auch nach Erfahrungsberichten und empirischen Untersuchungen, die die eine oder die andere Position stützen oder Material für weiteres Nachdenken liefern. Der Beitrag von Klaus Rödler lieferte hier eine Positionsbestimmung.

- In der mathematikdidaktischen Grundschulliteratur weit verbreitet ist die Forderung nach Zahlenraumorientierung, also nach „Orientierung im 20er-Raum“, im „100er-Raum“, usw., die auch als unverzichtbare Grundlage für verständiges Rechnen verstanden wird. Was genau unter „Orientierung im Zahlenraum“ zu verstehen ist und inwiefern die Metapher „Raum“ für die damit angestrebten Fähigkeiten und Fertigkeiten angemessen ist, wird tendenziell eher unscharf beschrieben. Die Gegenposition sieht als vorgängige Lernziele Einsichten ins Bündelungs- und Stellenwertprinzip wie in die (gerade in der deutschen Sprache herausfordernden) Regeln der Zahlwortbildung und eine Ausarbeitung dieser Einsichten hin zu effektiven (und verstandenen) Rechenstrategien. Das, was dieser Position gemäß berechtigterweise als „Orientierung im Zahlenraum“ bezeichnet und als für den Umgang mit mehrstelligen Zahlen tatsächlich bedeutend eingestuft werden kann, wird als inhaltlich und daher auch zeitlich nachgeordnetes Lernziel verstanden. Der Beitrag von Gaidoschik leistet eine Auseinandersetzung mit Ansätzen, die entlang der Annahme eines inneren Zahlenstrahls eine inhaltliche Fokussierung vornehmen, die aus didaktischem Blickwinkel eher problematisch erscheint.