Fabian GRÜNIG, Tobias DÖRFLER & Markus VOGEL, Heidelberg

Dynamisierte Darstellungsumgebungen – Zur Einschätzung von computergestützten Lernmaterialien durch Mathematiklehrkräfte

Das Verstehen mathematischer Objekte oder Prozesse ist nicht ohne die Entwicklung und Verwendung von Repräsentationen möglich (Duval, 2006). Computergestützte Visualisierungen bieten durch Animationen, Interaktivität oder dynamische Übersetzungen das Potential, tieferes Verständnis zu ermöglichen (Ainsworth, 2006). Die alleinige Bereitstellung von dynamisierten Darstellungsumgebungen im Mathematikunterricht genügt jedoch nicht. Aufgabenabhängig sollte von der Lehrkraft abgewogen werden, wie sich der Einsatz dynamisierten Begleitmaterials auf das in der Aufgabe angelegte Potential zur inhaltlichen Einsicht (Hammer, 2016, S. 48) auswirkt. In diesem Artikel wird ein heuristischer Reflexionsansatz herausgearbeitet, welche für die Analyse von Aufgabenpotential im Kontext dynamisierter Darstellungsumgebungen relevant ist.

Dynamisierte Darstellungsumgebungen

Mit dynamisierten Darstellungsumgebungen ist in diesem Artikel die computergestützte Aufbereitung von Darstellungen zu einem oder mehreren mathematischen Objekten gemeint. Die Computerunterstützung erlaubt über die Dynamisierung hinaus die interaktive Veränderung der Darstellungen. Durch dynamische Verknüpfung werden Änderungen in einer Darstellung automatisch auf beteiligte Darstellungen übersetzt (Ainsworth, 2006, S. 194). Darstellungsumgebungen dieser Art können zur Schülerunterstützung für die Bearbeitung von Aufgaben eingesetzt werden. Dies bietet sich insbesondere bei Aufgaben an, die das Änderungsverhalten mathematischer Objekte zum Lerngegenstand machen (etwa Pierce & Stacey, 2010, S. 7). Das Erfassen und Beschreiben von Änderungsverhalten – ob in Form von Varianz eines Objekts oder in Form der Kovarianz eines Objekts unter Änderung abhängiger Größen – ist eine Teilkompetenz des funktionalen Denkens (Vollrath, 1989) und wird meist als der Kovariationsaspekt bezeichnet: „Die Ausprägung des funktionalen Denkens zeigt sich […] auch daran, in welcher Weise Änderungen geplant, durchgeführt, analysiert und zur Lösung von Problemen eingesetzt werden können.“ (Vollrath, 1989, S. 15). Versteht man Vollrath in diesem Sinne, so wird die didaktische Relevanz von Aufgaben zum Erfassen und Beschreiben von Änderungsverhalten mathematischer Objekte für das funktionale Denken deutlich.

Stoffdidaktische Analyse von Aufgaben zum Änderungsverhalten mathematischer Objekte

Werden die Überlegungen von Pierce & Stacey (2010) und Vollrath (1989) zusammengedacht, lassen sich folgende Charakteristika für Aufgaben zum Erfassen und Beschreiben von Änderungsverhalten − mit Blick auf das funktionale Denken − ableiten: Die Abhängigkeit des sich verändernden mathematischen Objekts, bezogen auf einen Einflussparameter, lässt sich als Funktion beschreiben. Die Variationen des Einflussparameters bilden den Definitionsbereich, die daraus resultierenden Kovariationen des Objekts bilden den Wertebereich der Funktion. Um die Größe der jeweiligen Änderung erfassen zu können, benötigt man in Definitions- und Wertebereich einen (mindestens naiven oder heuristischen) Abstandsbegriff (Ordnungsrelation, Metrik, etc.). Außerdem lässt sich die aus der Funktion resultierende Zuordnung von Variation und Kovariation systematisch beschreiben (lokale oder globale Monotonie, Stetigkeit, etc.). Aus dieser Analyse ergeben sich für Aufgaben zum Erfassen und Beschreiben von Änderungsverhalten die folgenden zu bewältigenden Teilprozesse: (1a) Wahl oder Konstruktion eines Startwerts für den Einflussparameter, (1b) Änderung des Einflussparameters, (1c) Erfassen des Änderungsausmaßes des Einflussparameters, (2a) Wahl oder Konstruktion eines Initialobjekts, (2b) Änderung des mathematischen Objekts, (2c) Erfassen des Änderungsausmaßes des Objekts, (3a) Auswertung der Funktion: Konstruktion des mathematischen Objekts bei vorgegebenem Parameter, (3b) Erfassen der kovariationsbezogenen Eigenschaften der Funktion. Durch diese Zerlegung ist es möglich, die Unterstützung der Aufgabenbearbeitung durch eine dynamisierte Darstellungsumgebung teilprozessspezifisch zu untersuchen.

Der Supplantationseffekt im Kontext dynamisierter Darstellungsumgebungen

Der Einsatz dynamisierter Darstellungsumgebungen zur Unterstützung von Aufgaben zum Erfassen und Beschreiben von Änderungsverhalten lässt sich mit dem Supplantationseffekt (Salomon, 1972) theoretisch untermauern. Dynamisierte Darstellungsumgebungen können durch Externalisierung von Momentaufnahmen der Gesamtkonfiguration oder von kontinuierlichen Konfigurationsübergängen das Arbeitsgedächtnis entlasten – insbesondere beim Erfassen funktionaler Zusammenhänge (Vogel, Girwidz, & Engel, 2007). Eine angemessene Reflexion über den Einsatz von dynamisiertem Begleitmaterial sollte eine Überlegung dahingehend beinhalten, ob diese Art der Entlastung einen positiven oder einen negativen Effekt auf das Aufgabenpotential (Hammer, 2016) erwarten lässt.

Herausforderungen für Lehrkräfte: Kovariationsbezogene Aufgabenanalyse und supplantationsbezogene Werkzeugreflexion

Gemäß der dargelegten Herleitung sind zum Erfassen und Beschreiben von Änderungsverhalten verschiedene Teilprozesse in einer Aufgabe angelegt. Ermöglicht eine dynamisierte Darstellungsumgebung die Auslagerung von einem oder mehreren dieser Teilprozesse, so ändert sich das in der Aufgabe angelegte Potential für den intendierten Lernprozess. Diese Änderung ist zum einen abhängig von der Relevanz (R) des ausgelagerten Teilprozesses für verfolgte Lernziel. Zum anderen hängt das Aufgabenpotential auch von der Anforderung (A) des Teilprozesses an die Schülerinnen und Schüler (kognitive Belastung, Rechen- oder Zeitaufwand) ab.

Ist die Relevanz dieses Teilprozesses hoch, die Anforderung jedoch niedrig (R+, A−), so sollte die Möglichkeit eines hemmenden Effekts diskutiert werden (Schnotz, 2002; via Bauer, 2015, S. 40). Wenn jedoch die Relevanz des Teilprozesses niedrig, die Anforderung jedoch hoch ist (R−, A+), so ist die Erwägung eines positiv vereinfachenden Effekts plausibel (Betrancourt, 2005; via Bauer, 2015, S. 40–41). Sind Relevanz und Anforderung gleichzeitig hoch (R+, A+), so kann die Externalisierung eine aktivierende Funktion (Bauer, 2015, S. 40–43) besitzen. In diesem Fall sollte eine intensive Reflexion erfolgen, welche die Vorteile zusätzlich ermöglichter kognitiver Prozesse und die Nachteile erhöhter kognitiver Belastung beinhaltet. Im übrigen Fall (R−, A−) lässt sich keine plausible Annahme über das Aufgabenpotential ableiten. Hier könnten periphere Argumente (Motivation durch Computernutzung, Aspekte der Medienbildung, Gefahr der Ablenkung, etc.) zur Reflexion herangezogen werden.

Diskussion

Die Aufbereitung von Aufgaben für den Unterricht berührt einen zentralen Kompetenzbereich von Mathematiklehrkräften (Stein, 2009). Ansätze zur Beschreibung von Aufgabenqualität beziehen sich meist auf allgemeine Merkmale, etwa das Potential zur kognitiven Aktivierung oder die inhaltliche und strukturelle Klarheit (vgl. Blömeke, Risse, Müller, Eichler, & Schulz, 2006), und greifen selten spezifische Merkmale auf, wie das lernzielabhängige Potential zur inhaltlichen Einsicht (Hammer, 2016) oder die Angemessenheit von Begleitmaterial zur Unterstützung der Schülerinnen und Schüler.

In diesem Artikel wurde ein heuristischer Reflexionsansatz für die Beschreibung von Aufgabenpotential in Abhängigkeit von computergestützten Begleitmaterialien aufgezeigt. Die Entwicklung dieses Ansatzes ist möglich, da ausgewählte Typen von Aufgaben (Erfassen und Beschreiben des Änderungsverhaltens mathematischer Objekte) in den Blick genommen wurden. Für andere Aufgabentypen sind abweichende Ansätze für eine lernzielspezifische Beschreibung des Aufgabenpotentials nötig.

Zentral für den hier beschriebenen Reflexionsansatz ist ein kombinierter Zugang aus stoffdidaktischen Überlegungen (Merkmale des Kovariationsaspekts im funktionalen Denken) und kognitionspsychologischer Perspektive (Arbeitsgedächtnistheorie und Supplantationseffekt). Auch wenn dieser kombinierte Zugang durch die Einschränkung des untersuchten Aufgabentyps möglich wurde, können die hier dargelegten Einsichten doch als ein (weiteres) Beispiel für die fruchtbare und gewinnbringende Verzahnung von Psychologie und Mathematikdidaktik dienen.

Literatur

Ainsworth, S. (2006). DeFT. A conceptual framework for considering learning with multiple representations. *Learning and Instruction, 16*(3), 183–198.

Bauer, A. (2015). Argumentieren mit multiplen und dynamischen Repräsentationen. Würzburg: Würzburg University Press.

Betrancourt, M. (2005). The Animation and Interactivity Principles in Multimedia Learning. In R. Mayer (Hrsg.), *The Cambridge Handbook of Multimedia Learning* (S. 287–296). Cambridge: Cambridge University Press.

Blömeke, S., Risse, J., Müller, C., Eichler, D. & Schulz, W. (2006). Analyse der Qualität von Aufgaben aus didaktischer und fachlicher Sicht. Ein allgemeines Modell und seine exemplarische Umsetzung im Unterrichtsfach Mathematik. *Unterrichtswissenschaft, 34*(4), 330–357.

Duval, R. (2006). A Cognitive Analysis of Problems of Comprehension in a Learning of Mathematics. *Educational Studies in Mathematics, 61*(1-2), 103–131.

Hammer, S. (2016). Professionelle Kompetenz von Mathematiklehrkräften im Umgang mit Aufgaben in der Unterrichtsplanung – Theoretische Grundlegung und empirische Untersuchung. Hildesheim: Franzbecker.

Pierce, R. & Stacey, K. (2010). Mapping Pedagogical Opportunities Provided by Mathematics Analysis Software. *International Journal of Computers for Mathematical Learning, 15*(1), 1–20.

Salomon, G. (1972). Can We Affect Cognitive Skills through Visual Media? An Hypothesis and Initial Findings. *AV Communication Review, 20*(4), 401–422.

Schnotz, W. (2002). Wissenserwerb mit Texten, Bildern und Diagrammen. In L. J. Issing & P. Klimsa (Hrsg.), *Information und Lernen mit Multimedia und Internet* (S. 64–81). Weinheim: Beltz.

Stein, M. K. (2009). Implementing standards-based mathematics instruction: A casebook for professional development. New York: Teachers College Press.

Vogel, M., Girwidz, R. & Engel, J. (2007). Supplantation of mental operations on graphs. *Computers & Education, 49*(4), 1287–1298.

Vollrath, H.-J. (1989). Funktionales Denken. *Journal für Mathematik-Didaktik, 10*(1), 3–37.