

Ján GUNČAGA, Bratislava & Karl Josef FUCHS, Salzburg

## Verwendung von GeoGebra bei der Behandlung von Aufgaben in historischen Lehrbüchern zur Mathematik

In diesem Beitrag wollen wir einige Möglichkeiten der Verwendung von GeoGebra bei der Behandlung von Aufgaben im historischen Kontext vorstellen.

Nachfolgend einige Argumente für einen Zugang zu mathematische Aufgaben über eine historische Betrachtung. Nach Kántor (2014) ist für das Verständnis von Aufgaben vorteilhaft zu wissen, wie mathematische Begriffe, Konzepte, Sätze und Beweise entstanden. In historischen Schulbüchern zur Mathematik oder in Büchern bekannter Mathematiker finden sich zahlreiche Ideen für einen sinnstiftenden Unterricht.

Dank der Digitalisierung der historischen Materialien sind diese Quellen in Archiven und Bibliotheken verfügbar. Weitere neue Möglichkeiten für die Umsetzung von Aufgaben bietet der Einsatz digitaler Medien wie die Open Source Software GeoGebra. Historische Aufgaben können damit als dynamische Applets den Schüler(inne)n im Unterricht zur Verfügung gestellt werden.

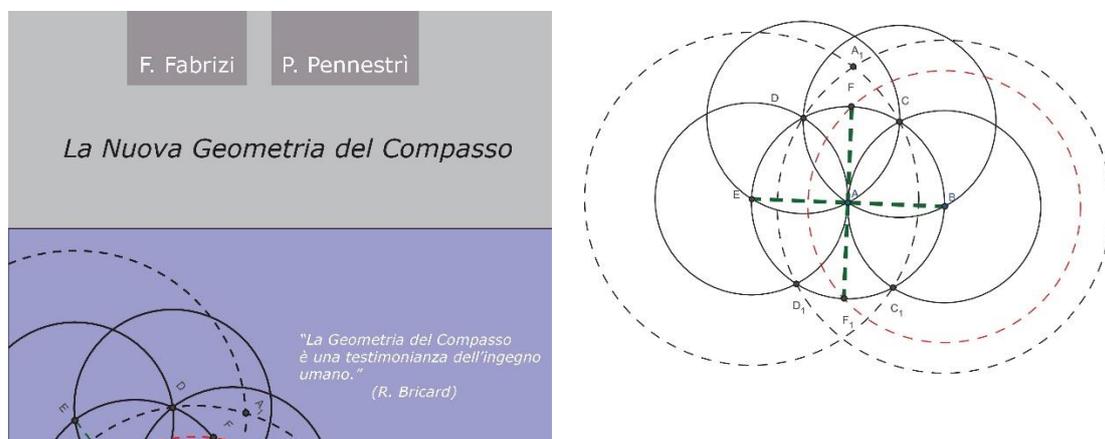


Abbildung 1: Student(inn)enprojekt aus Italien

Einige Beispiele für die Verwendung historischer Materialien gibt es bereits. Stellvertretend haben wir eine Aufgabe aus dem Student(in-n)enprojekt an der Liceo Scientifico Isaac Newton in Rom (siehe auch <http://www.liceonewtonroma.gov.it/> – Abbildung 1) entnommen. Es handelt sich dabei um eine Bearbeitung des Buchs *La Nuova Geometria del Compasso* von **Lorenzo Mascheroni** (1750 –1800).

## René Descartes: La Géométrie

René Descartes (1596 - 1650) hat im seinem Buch *La Géométrie* (1637) die reellen Zahlen durch die Längen von Strecken repräsentiert. Multiplikation und Division (siehe auch Smith & Latham (1954)) werden mit Hilfe des Strahlensatzes erklärt.

Gegeben sei die Strecke AB mit einer Länge von einer Einheit. Die Multiplikation der Längen der Strecken BD und BC sowie der Division der Längen der Strecken BE und BD gewinnen wir aus der Ähnlichkeit der Dreiecke ABC und DBE (Abbildung 2).

$$\frac{|BE|}{|BC|} = \frac{|BD|}{|BA|} = \frac{|BD|}{1} \quad |BE| = |BD| \cdot |BC| \quad \frac{|BE|}{|BD|} = |BC|$$

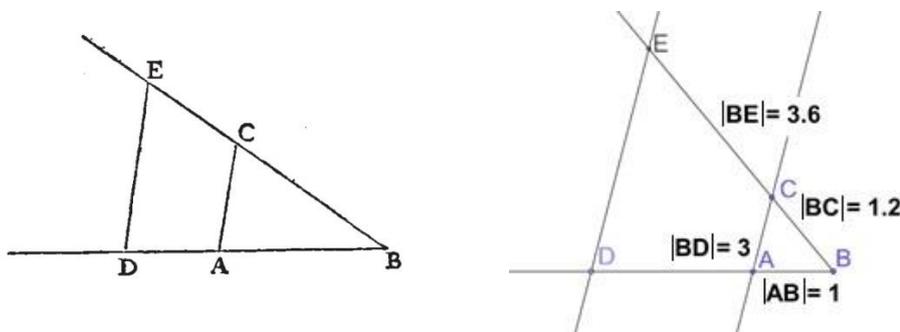


Abbildung 2: Multiplikation und Division – statische und dynamische Darstellung (siehe auch Smith & Latham (1954))

Für die Quadratwurzel hat Descartes Euklids Theorem über die Höhe in einem rechtwinkligen Dreieck benutzt (Abbildung 3).

$$|IG|^2 = |FG| \cdot |GH| \quad |IG|^2 = 1 \cdot x \quad |IG| = \sqrt{x}$$

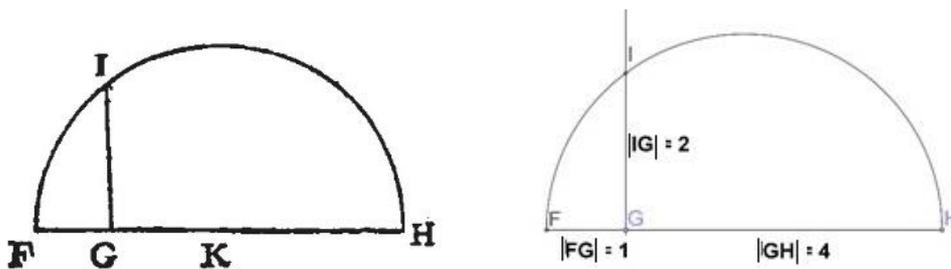


Abbildung 3: Quadratwurzel – statische und dynamische Darstellung

## Franz Močnik (1814–1892)

Franz Močnik, ein bedeutender Schulbuchautor aus Mathematik in der Österreichisch-Ungarischen Monarchie, wurde am 1. Oktober 1814 in Cerkno in Slowenien geboren. Nachdem er das Gymnasium und philosophische Studien in Ljubljana absolviert hatte, wandte er sich der theologischen Fakultät

in Gorica (jetzt slowenisch-italienische Grenze) zu. Er absolvierte das Studium, ohne jedoch in den geistlichen Stand einzutreten. Im Jahre 1837 nahm er die Stellung eines Lehrers in Gorica an (siehe Gunčaga & Ambrus (2017)).

Während dieser Lehrtätigkeit verfasste Močnik die wissenschaftliche Abhandlung *Theorie der numerischen Gleichungen mit einer Unbekannten*, angeregt durch Augustin Louis Cauchy (1787–1857), den er schon etwas früher kennengelernt hatte. Cauchy stellte die approximativen Lösungen von Gleichungen aus einem allgemeineren Standpunkt vor. Močnik wollte Cauchys Methode in deutscher Sprache in einer leichter zugänglichen Interpretation und Erklärung darstellen.

Močnik wurde im Jahre 1840 zum Doktor der Philosophie in Graz promoviert. Im Jahre 1846 wurde er zum Professor für Elementarmathematik an der technischen Akademie in Lvov (jetzt Ukraine) ernannt. In den Jahren 1849–1851 war er Professor für Mathematik an der Universität in Olomouc (jetzt Tschechische Republik). Im Jahre 1861 wurde ihm die Inspektion der Volks- und Realschulen in der Steiermark und in Kärnten anvertraut. Ab 1869 war er Landesschulinspektor erster Klasse für die Steiermark. Im Jahr 1871 ging Močnik aus gesundheitlichen Gründen in Graz in den Ruhestand. Schriften verfasste er allerdings bis zum seinem Tod am 30. November 1892.

Seine Publikationstätigkeit im Rahmen der Gestaltung der Mathematiklehrbücher war sehr reich. Seine Lehrbücher wurden im Original auf Deutsch veröffentlicht (148 Bücher in 980 Auflagen, siehe Povsic (1966)). Zudem wurden die Bücher in 14 andere Sprachen (vor allem für die Länder in der ehemaligen Österreichisch-Ungarischen Monarchie) übersetzt.

Aus seinem Buch *Anschauliche Geometrie* (siehe Močnik & Szabóky (1856)) haben wir zum Abschluss unseres Beitrags die nachfolgende Aufgabe entnommen.

Konstruieren Sie drei Kreise mit Radien der Längen  $m$ ,  $n$ ,  $p$  so, dass jeder Kreis jeden anderen Kreis von außen berührt.

Für die Lösung konstruieren Sie ein Dreieck mit den Seitenlängen  $m+n$ ,  $n+p$  und  $m+p$ . Die Eckpunkte des Dreiecks sind die Mittelpunkte der drei Kreise (Abbildung 4).

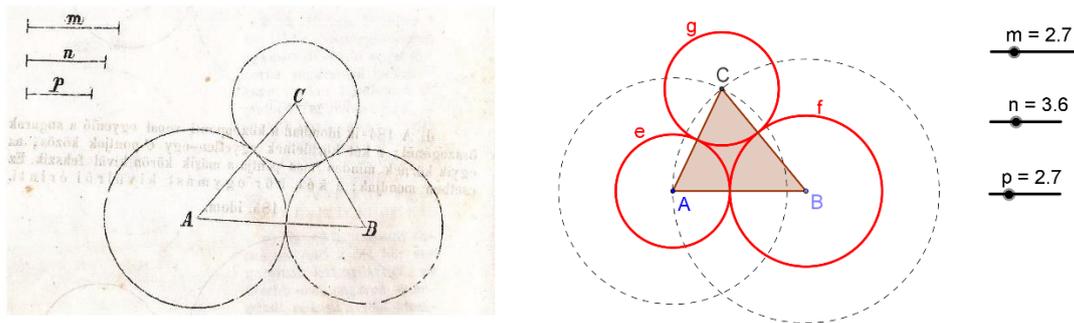


Abbildung 4: Aufgabe von Močnik – statische und dynamische Darstellung

## Zusammenfassung

Die Nutzung historischer Texte ist auch in der Gegenwart von Bedeutung. Durch sie wird zum einen die Gegenwart mit der Vergangenheit verknüpft, zum anderen eröffnet sie ein Gebiet für weitere fachdidaktische Forschungen. Durch die Implementierung der Aufgaben in digitale Medien werden aber historische Themen nicht nur attraktiv präsentiert, sondern ermöglichen auch aktives Entdeckendes Lernen von Schüler(innen) (siehe Dominik & Fuchs (2000)).

**Bemerkung:** Der Beitrag ist unterstützt mit dem Grant KEGA 020KU-4/2018 (Ján Gunčaga, Pädagogische Fakultät der Comenius Universität in Bratislava, Slowakei).

## Literatur

- Fuchs, K. J. & Dominik, A. (2000). MATHEMATICA PALETTES – Eine für den mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterricht adaptierte/adaptierbare Computeralgebra Lernumgebung. In: *Didaktikhefte der ÖMG*, Heft 32, 24–40. Erhältlich online [10.03.2018] [https://www.oemg.ac.at/DK/Didaktikhefte/2000 Band 32/DominikFuchs2000.pdf](https://www.oemg.ac.at/DK/Didaktikhefte/2000%20Band%2032/DominikFuchs2000.pdf)
- Gunčaga, J. & Ambrus, G. (2017). Aspekte des Vereinfachens im Mathematikunterricht. *History of Education and Children's Literature*, 2, 611–626.
- Kántor, T. (2014). Historical aspects in teaching mathematics. In A. Ambrus & E. Vásárhelyi (Hrsg.). *Problem Solving in Mathematics Education: Proceedings of the 15th ProMath conference 30 August – 1 September, 2013 in Eger* (S. 80–94). Budapest – Eger: Eötvös Loránd University – Eszterházy Károly College.
- Močnik, F. & Szabóky, A. (1856). *Mértani nézlettan* (Anschauliche Geometrie). Budapest: Lampel Róbert Sajátja.
- Povsic, J. (1966). *Bibliographie von Franc Močnik*. Ljubljana: Academia Scientiarum et Artium Slovenica.
- Smith, E. D. & Latham, L. M. (1954). *The Geometry of René Descartes*. Übersetzung von Französisch und Latein. New York: Dover Publication, Inc. Erhältlich online [10.03.2018] [http://djm.cc/library/Geometry\\_of\\_Rene\\_Descartes\\_rev2.pdf](http://djm.cc/library/Geometry_of_Rene_Descartes_rev2.pdf)