

Die Wirkung von Größenvorstellungen auf mathematische Modellierungskompetenz: Ergebnisse einer Interventionsstudie

Der Aufbau mathematischer Modellierungskompetenzen bei Schülerinnen und Schülern ist eine der zentralen Ideen eines kompetenzorientierten Mathematikunterrichts (Niss, Blum, & Galbraith, 2007). Die Frage, wie dieser Aufbau durch geeignete Lehr-Lern-Prozesse unterstützt werden kann, stellt jedoch eine elementare Herausforderung in der aktuellen mathematikdidaktischen Forschungsdiskussion dar (Blum, 2011). So ist trotz theoretischer Überlegungen zum mathematischen Modellieren zum einen sowie empirischer Befunde zur Förderung mathematischer Modellierungskompetenzen zum anderen gegenwärtig nicht hinreichend geklärt, welche Kompetenzen erforderlich sind, um mathematische Modellierungen erfolgreich ausführen zu können. Daher wird mit Blick auf den komplexen Modellierungsprozess, der im Zuge der Bearbeitung realitätsbezogener Mathematikaufgaben zu vollbringen ist, im Rahmen der vorliegenden quantitativen Studie untersucht, inwieweit Größenvorstellungen zu denjenigen mathematischen Kenntnissen gehören, die erforderlich sind, um mathematische Modellierungsprozesse erfolgreich ausführen zu können.

1. Größenvorstellungen

Eine Aufgabe des mathematischen Anfangsunterrichts ist es, Schülerinnen und Schüler darin zu unterstützen, sich im schulischen und alltäglichen Leben kritisch mit Größen auseinandersetzen zu können (KMK, 2004; National Council of Teachers of Mathematics, 2000). Eine solche Auseinandersetzung fordert belastbare Größenvorstellungen ein (Peter-Koop & Nührenbörger, 2007; Shaw & Puckett-Cliatt, 1989).

In Anlehnung an die Modelle von Grund (1992) sowie Shaw und Puckett-Cliatt (1989) werden Größenvorstellungen unter Rückgriff auf vier Teilaspekte definiert (siehe auch (Hagena, im Druck): So weist jemand, der über belastbare Größenvorstellungen verfügt, (1) Wissen über Größenbereiche und Einheiten, (2) Grundvorstellungen zu Rechenoperationen mit Größen, (3) Stützpunktvorstellungen sowie (4) Fähigkeiten im (Messen und) Schätzen auf.

2. Bedeutung von Größenvorstellungen für mathematische Modellierungskompetenzen

Inwieweit sind diese vier Teilaspekte aber für das Ausführen mathematischer Modellierungsprozesse relevant beziehungsweise notwendiger Bestandteil mathematischer Modellierungskompetenzen?

Werden die verschiedenen Fähigkeiten betrachtet, die mit mathematischen Modellierungskompetenzen einhergehen, scheinen die genannten Teilaspekte von Größenvorstellungen aus theoretischer Sicht notwendige Voraussetzung für das erfolgreiche Ausführen von Modellierungsprozessen zu sein (siehe nur beispielhaft zu einem Teilprozess mathematischen Modellierens die folgende Tabelle):

<i>Ausgewählte Teilkompetenz mathematischen Modellierens nach Kaiser et al. (2015)</i>	<i>Erforderliche Teilaspekte von Größenvorstellungen</i>
a. Kompetenzen zum Verstehen eines realen Problems und zum Aufstellen eines realen Modells, d.h. die Fähigkeiten,	
– nach verfügbaren Informationen zu suchen u. relevante von irrelevanten Informationen zu trennen.	– Wissen über Größenbereiche u. Einheiten.
– auf die Situation bezogene Annahmen zu treffen.	– Stützpunktvorstellungen u. Fähigkeiten im Messen u. Schätzen.
– die eine Situation beeinflussenden Größen zu erkennen u. Schlüsselvariablen zu identifizieren.	– Wissen über Größenbereiche u. Einheiten.

3. Studie

Aufgrund des hier exemplarisch veranschaulichten Zusammenspiels von Modellierungskompetenzen und Größenvorstellungen werden im Rahmen der vorliegenden empirischen Studie folgende Forschungsfragen untersucht:

- FF I: (Inwieweit) Wirken sich Größenvorstellungen auf mathematische Modellierungskompetenzen aus?
- FF II: (Inwieweit) Lassen sich Modellierungskompetenzen durch die Teilnahme an einer Intervention zu Größenvorstellungen fördern?

Zur Beantwortung dieser Forschungsfragen wurde mit Studierenden des Primarstufenlehramts eine Interventionsstudie mit zwei Experimentalbedingungen realisiert: 55 Studierende der Experimentalbedingung A nahmen an einer vierstündigen Intervention zur Förderung von Größenvorstellungen teil, 51 Studierende der Experimentalbedingung B nahmen an einer Intervention zur Förderung des Wissens über Zahlbereichserweiterungen teil (Kontrollgruppe). Größenvorstellungen und Modellierungskompetenzen der Studierenden wurden mittels neu entwickelter Testinstrumente vor und nach der Intervention erhoben. Zur Erfassung der Modellierungskompetenzen wurden sowohl offene Modellierungsaufgaben als auch Items zu Teilkompetenzen mathematischen Modellierens (Übersetzungsprozesse von der Realität in die Mathematik und innermathematisches Arbeiten) eingesetzt. während im Bereich der Größenvorstellungen im Zuge verschiedener Itemformate die vier obengenannten Teilaspekte fokussiert wurden.

4. Ergebnisse

Mit Blick auf die Forschungsfragen zeigen sich die folgenden Ergebnisse:

- FF I: Die vermutete Wirkung von Größenvorstellungen auf mathematische Modellierungskompetenzen lässt sich empirisch bestätigen. So werden beim Bearbeiten einer offenen Modellierungsaufgabe 14 % der effektspezifischen Varianz durch Größenvorstellungen (mittlerer Effekt) erklärt ($F(2, 71) = 5.83, p < .01; R_{korr}^2 = .12$).

Mit Blick auf Teilkompetenzen mathematischen Modellierens gilt, dass 21 % effektspezifischer Varianz (großer Effekt) ($F(2, 94) = 23.68, p < .01; R_{korr}^2 = .32$) bei den Übersetzungsprozessen von der Realität in die Mathematik und 48 % der effektspezifischen Varianz beim innermathematischen Arbeiten durch Größenvorstellungen (großer Effekt) erklärt ($F(2, 94) = 51.12, p < .01; R_{korr}^2 = .51$) werden.

- FF II: Teilkompetenzen mathematischen Modellierens lassen sich durch die Teilnahme an einer (kurzen) Intervention zu Größenvorstellungen fördern. Sofern ein Studierender an der Intervention zur Förderung von Größenvorstellungen teilgenommen hat, ist seine Chance, die Modellierungsaufgabe zu verstehen, etwa acht Mal so groß wie die

eines Studierenden, der nicht an der Intervention teilgenommen hat ($\chi^2(2) = 10.06$; $p < .01$; Nagelkerkes- $R^2 = .21$).

Mit Blick auf die Teilkompetenzen mathematischen Modellierens erweist sich die Teilnahme an der Intervention zur Förderung von Größenvorstellungen als signifikanter Prädiktor für das innermathematische Arbeiten. Hier beträgt die Wirkung der Experimentalbedingung A Beta = .310 ($F(2, 70) = 10.98$, $p < .01$; $R_{korr}^2 = .22$).

5. Diskussion und Ausblick

Abschließend ist zunächst zu reflektieren, inwieweit die herausgestellten Befunde repräsentativ für Modellierungsaufgaben sind. So ist eine offene Frage, ob mathematisches Modellieren auch ohne eine Auseinandersetzung mit Größen stattfinden kann. Weiterhin ist zu reflektieren, wie die Wirkung von Größenvorstellungen auf Modellierungskompetenzen in (hoch-) schulischen Lernumgebungen bestmöglich berücksichtigt werden kann.

Literatur

- Blum, W. (2011). Can modelling be taught and learnt? Some answers from empirical research. In G. Kaiser, W. Blum, R. Borromeo Ferri, & G. Stillman (Hrsg.), *Trends in teaching and learning of mathematical modelling* (S. 15–30). New York: Springer.
- Grund, K. H. (1992). Größenvorstellungen – eine wesentliche Voraussetzung beim Anwenden von Mathematik. *Grundschule*, 24(12), 42–44.
- Hagena, M. (im Druck). *Einfluss von Größenvorstellungen auf Modellierungskompetenzen. Empirische Untersuchung im Kontext der Professionalisierung von Lehrkräften*. Wiesbaden: Springer.
- Kaiser, G., Blum, W., Borromeo Ferri, R., & Greefrath, G. (2015). Anwendungen und Modellieren. In *Handbuch der Mathematikdidaktik* (S. 357–383). Heidelberg: Springer.
- KMK (2004). *Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Primarbereich*. Neuwied: Luchterhand.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston: NCTM.
- Niss, M., Blum, W., & Galbraith, P. L. (2007). Introduction. In W. Blum, P. L. Galbraith, H.-W. Henn, & M. Niss (Hrsg.), *Modelling and Applications in Mathematics Education: The 14th ICMI Study* (S. 3–32). New York: Springer.
- Peter-Koop, A., & Nührenbörger, M. (2007). Größen und Messen. In G. Walther, M. van den Heuvel-Panhuizen, D. Granzer, & O. Köller (Hrsg.), *Bildungsstandards für die Grundschule. Mathematik konkret* (S. 89–117). Berlin: Cornelsen Scriptor.
- Shaw, J., & Puckett-Cliatt, M. (1989). Developing measurement sense. In *New directions for elementary school mathematics (yearbook)* (S. 149–155). Reston: NCTM.