

Mutfried HARTMANN, Thomas BORYS, Karlsruhe &  
Tetsushi KAWASAKI, Hidemichi OKAMOTO, Gifu (Japan)

## **Theoriebildung zu Fermi-Fragen**

### **1. Anmerkungen zum Begriff „Fermi-Fragen“**

Diese Aufgaben gehen auf den italienischen Kernphysiker Enrico Fermi zurück. Seine Frau Laura Fermi (1956, S. 52) schreibt über seine besondere Art, Probleme aufzuwerfen: „Fragen wurden gestellt, wie sie gerade aufkamen und wie sich eine aus der anderen ergab, nicht nach einem vorgefaßten Plan.“ Fragen dieser Art nennt man inzwischen Fermi-Fragen, die wohl berühmteste von ihm lautet: „How many piano tuners are there in the city of Chicago?“ (Morrison 1963, S. 627) Wohl das erste Mal werden sie 1963 von Morrison beschrieben: „That is the estimation of rough but quantitative answers to unexpected questions about many aspects of the natural world. ... Fermi delighted to think up and at once to discuss and to answer questions which drew upon deep understanding of the world, upon everyday experience, and upon the ability to make rough approximations, inspired guesses, and statistical estimates from very little data“ (Morrison, 1963, S. 627). Seitdem sind diese Aufgaben Gegenstand der didaktischen Diskussion. Eine Analyse diverser Beschreibungen aus der Didaktik (vgl. z.B. Büchter & Leuders 2009, S. 158 ff.) förderte viele verschiedene Charakteristika zu Tage, die sich gut klassifizieren lassen. Dabei fällt auf, dass der Aspekt der Kreativität nur unzureichend berücksichtigt wird. Folgende Definition soll die u.E. wichtigsten Charakteristika von Fermi-Fragen berücksichtigen:

„Eine Fermi-Frage ist eine idealerweise spontan aufgeworfene, schwer zugängliche Modellierungsaufgabe, für deren mathematische Bearbeitung Größen fehlen, die durch kreative Ausnutzung von Zusammenhängen geschätzt und weiterverarbeitet werden müssen. Dabei soll in kurzer Zeit mit einfachen mathematischen Mitteln, aber kreativen Lösungsstrategien (wie etwa der Abbildung in ein Hilffssystem) ein Ergebnis erzielt werden, das in der Größenordnung mit realen Werten übereinstimmt.“

Bewusst wurden dabei das spontane Aufwerfen der Frage, sowie die Abbildung in ein Hilffssystem optional formuliert.

### **2. Aspekte der Kreativität bei Fermi-Fragen**

Ausgehend von seiner Theorie des „divergenten Denkens“ entwickelt J.P. Guilford (1971) folgende Merkmale, die das kreative Denken auszeichnet, sog. "Kreativitätsfaktoren": Sensitivity to the problem, Fluency, Flexibility, Originality, Redefinition (wurde später von Guilford verworfen) und Elaboration (für eine Beschreibung vgl. z.B. Weth 1999).

### 3. Lokalisation der Kreativitätsfaktoren im Fermi-Task-Modell (FTM)

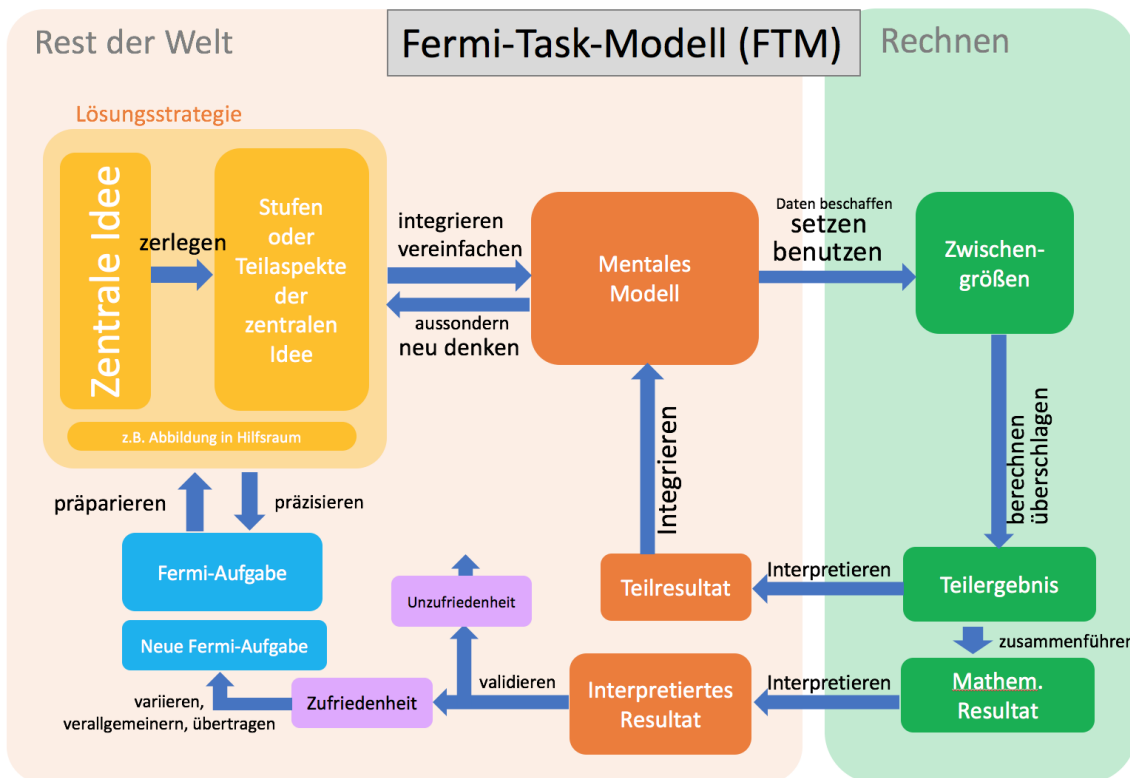
Fermi-Fragen erfordern Modellierungsprozesse, die zwar durch bereits etablierte Modellbildungskreisläufe beschrieben werden können. Allerdings bilden diese die Spezifika der Lösungsprozesse von Fermi-Fragen nicht adäquat ab. Das aktuelle Standardmodell (Blum & Leiß, 2005) ergänzt die Vorgängermodelle (Blum 1985), die eine Differenzierung von Mathematik und Realität vornahmen um ein Situationsmodell. Der Komplexität gerade bei Fermi-Fragen wird durch Fischer & Malle (1985) Rechnung getragen, in dem sie vielfältige Teilzyklen identifizieren. Zusätzlich greifen Sie das Problem der Datenbeschaffung auf (vgl. Greefrath 2016, S.13). Den Teilzyklen und der damit verbundenen Verfeinerung des mentalen Modells tragen auch Büchter und Leuders (2005, 2009 S.76f) Rechnung, indem sie den Modellbildungskreislauf zu einer Spirale aufbiegen. Greefrath (2010, S.216) projiziert in den Modellbildungskreislauf Aspekte des Umgangs mit Ungenauigkeiten, wie Messen, Schätzen, Überschlagen etc. Auf einen Zusammenhang mit Problemlöseprozessen wird an verschiedenen Stellen hingewiesen (vgl. etwa Greefrath 2010, S.59, Büchter & Leuders 2009, S. 78).

Aspekte der Kreativität werden in keinem der Modelle explizit genannt und lassen sich dort auch nur unzureichend lokalisieren, auch wenn auf deren Zusammenhang mit Modellierungsprozessen hingewiesen wird (z.B. Wesels 2014). Kreativitätsaspekte lassen sich nur dann gut lokalisieren, wenn man den Bereich der Lösungsstrategien stärker in den Focus nimmt.

Darüber hinaus lässt sich gerade bei Fermi-Fragen, bei denen keine komplexen mathematischen Hilfsmittel notwendig sind, ein mathematisches Modell kaum mehr von einem realen Modell trennen. Empirisch zeigte sich dies insbesondere auch bei Aufgaben, die extra-mathematische Informationen zur Bestimmung von Größen erfordern (vgl. Borromeo Ferri 2006, S. 93).

Aus diesen Gründen wurde ein *Fermi-Task-Modell* entwickelt, das ein mentales Modell ins Zentrum stellt, welches über Teilzyklen in Wechselbeziehung mit Lösungsstrategien und rechnerischen Prozessen schrittweise aufgebaut wird (vgl. Abbildung).

Eine Fermi-Frage wie die „Klavierstimmeraufgabe“ lässt sich nicht direkt lösen, sondern erfordert eine intensive Präparation. Die Abbildung vom Raum des Angebots (Klavierstimmer) in den Hilfsraum des Bedarfs (Klaviere) stellt eine zentrale Idee zur Lösung der Aufgabe dar. Dieses Abbilden in Hilfsräume entspricht sowohl dem Vorgehen bei vielen historischen Fermi-Fragen, als auch der fundamentalen Idee der Funktion im Sinne einer Nutzung von strukturellen Übereinstimmungen von Systemen.



Die Aufgabe „Wieviel Trinkwasser verbrauchst du im Jahr?“ erfordert hingegen keine wirkliche Illumination. An ihr lassen sich aber gut die Bedeutung der Kreativitätsaspekte nach Guilford (s.o.) aufzeigen:

Ein erster Schritt besteht darin, viele Situationen des täglichen Lebens, bei denen Wasser benötigt wird, zu sammeln. Die reine Anzahl der genannten Situationen fällt unter den Begriff *fluency*. Die Erfassung unterschiedlicher Kategorien wie Getränke, Essen, Reinigung, Körperpflege fällt unter den Begriff der *flexibility*. Üblicherweise werden diese Aspekte vereinfacht in das mentale Modell integriert und eventuell auch direkt durch Setzungen und Schätzprozesse zahlenmäßig erfasst, womit das mentale Modell auch um quantitative Vorstellungen erweitert wird. Es kann ein Zeichen von *originality* sein, auch Kategorien zu finden wie landwirtschaftlicher oder industrieller Wasserverbrauch. Spätestens der Versuch, diese quantitativ zu erfassen, wird vermutlich scheitern. Eine Integration in das mentale Modell erscheint insofern nicht opportun. Daher könnte diese Idee ausgesondert werden und zu einer Präzisierung der Begriffsbildung „Wasserverbrauch“ führen. Derartige Überlegungen erhöhen die „Begriffs-Sensitivität“, als eine besondere Form der *sensitivity to the problem*. Der Prozess der Aufgabenlösung endet mit einem zufriedenstellenden oder einem nicht zufriedenstellenden Resultat. In letzterem Fall kann dies zu einer Überprüfung an irgendeiner Stelle in dem Prozess führen, in ersterem wird eine Bereitschaft gefördert, durch typische Kreativitätsroutinen (Weth 1999) wie Variation, Verallgemeinern, etc. eigene Fragestellungen zu formulieren und die Sensitivität für Probleme

in der eigenen Umwelt zu erhöhen. Der Aspekt der *elaboration* ist weniger in dem Bereich des Rechnens zu suchen, sondern vielmehr in der Ausarbeitung des mentalen Modells, das die mathematischen Relationen mit beinhaltet.

#### 4. Ausblick

Das FTM soll die Analyse didaktischer Fragestellungen im Kontext von Fermi-Fragen insbesondere unter dem Gesichtspunkt der Kreativität ermöglichen. Das betrifft insbesondere folgende Aspekte:

- Analyse von Lernchancen
- Beobachtung, Analyse, Bewertung von Lösungsprozessen
- Erarbeitung von Interventionsmöglichkeiten
- Bewertung der Qualität und Passung von Fermi-Fragen
- Klassifikation von Fermi-Aufgaben

Mit dem Beobachtungsinstrument MCAD (vgl. Posterbeitrag von Okamoto & al. im selben Band) wird ein primär auf Ärlebäck (2009) basierendes Tool vorgestellt. Eine Adaption auf das FTM ist geplant.

#### Literatur

- Ärlebäck, J. B. (2009). On the use of realistic Fermi problems for introducing mathematical modelling in school. *The Montana Mathematics Enthusiast*, 6(3), 331–364.
- Blum, W. (1985). Anwendungsorientierter Mathematikunterricht in der didaktischen Diskussion. *Mathematische Semesterberichte*, 32(2), 195-232
- Blum, W. & Leiß, D. (2005). Modellieren im Unterricht mit der „Tanken“-Aufgabe. *mathematik lehren*, 128, S. 18-21.
- Borromeo Ferri, Rita (2006). Theoretical and empirical differentiation of phases in the modelling process, *ZDM*, 38(2)
- Büchter, A. & Leuders, T. (2009). *Mathematikaufgaben selbst entwickeln*. Berlin: Cornelsen
- Fermi, L. (1956). *Mein Mann und das Atom*. Düsseldorf-Köln: Eugen Diederichs Verlag
- Fischer, R. & Malle, G. (1985). *Mensch und Mathematik*. Mannheim: Bibliographisches Institut.
- Greefrath, G. & Vorhölter, K. (2016). *Teaching and Learning Mathematical Modelling*. Hamburg: Springer-Verlag
- Greefrath, G. (2010). *Didaktik des Sachrechnens in der Sekundarstufe*. Heidelberg: Spektrum akademischer Verlag.
- Guilford, J.P. (1971). *Analysis of Intelligence*. New York: McGraw-Hill.
- Morrison, P. (1963). Fermi-Questions. *American Journal of Physics*, 31(8), 626-627
- Weth, T. (1999): *Kreativität im Mathematikunterricht*. Hildesheim: Franzbecker.
- Wessels, H. (2014). Levels of mathematical creativity in model-eliciting activities. *Journal of Mathematical Modelling and Application*, 1(9), 22-40.