

Maren HATTEBUHR, Martin FRANK, Karlsruhe & Christina ROECKERATH, Aachen

Komplexe Modellierung: Trump gegen die Wissenschaft – Gibt es den Klimawandel wirklich?

Erst zu Neujahr 2018 hat sich der US-Präsident Donald Trump zu Wort gemeldet und verkündet, dass er nicht an den Klimawandel glaube (vgl. <https://twitter.com/realDonaldTrump>). Dieser Meinung stehen Aussagen von Wissenschaftlern im IPCC-Bericht gegenüber (Intergovernmental Panel on Climate Change, vgl. Hartmann et al., 2013). Im IPCC-Bericht werden alle sechs Jahre die maßgeblichen Ergebnisse, welche den aktuellen Stand der Forschung in Bezug auf die Ausprägung und der zukünftigen Entwicklung des Klimawandels zusammenfassen, veröffentlicht.

1. Modellierungsworkshop für Schüler/innen

Eigene Forschungsansätze zu dieser aktuellen und relevanten Thematik können sich Oberstufenschüler/innen in einem eintägigen Workshop des Projekts CAMMP (Computational and Mathematical Modeling Program, vgl. www.scc.kit.edu/forschung/CAMMP) des Karlsruher Institut für Technologie (KIT) und der RWTH Aachen bilden. Hierbei sollen mathematische Methoden entwickelt und vor dem Hintergrund der mathematischen Modellierung evaluiert werden, um so eine eigene fundierte Meinung zum Klimawandel bilden zu können. Dazu werden echte Klimadaten mithilfe der Software MATLAB ausgewertet und die Ergebnisse diskutiert. Der Workshop zur Temperaturanalyse ist eintägig konzipiert. Wichtig dabei ist, sich bewusst zu machen, dass der Klimawandel nicht an einer einzigen Zahl festgemacht werden kann – man muss die Änderungen vieler Elemente (z. B. der globalen Temperatur, Meeresspiegel, Landeismasse, ...) differenziert analysieren. Die selbst-erarbeiteten mathematischen Techniken müssten also auf weitere Klimawandelindikatoren übertragen werden um ein vollständiges Bild zu erhalten.

In diesem Beitrag soll nun die Mathematik der

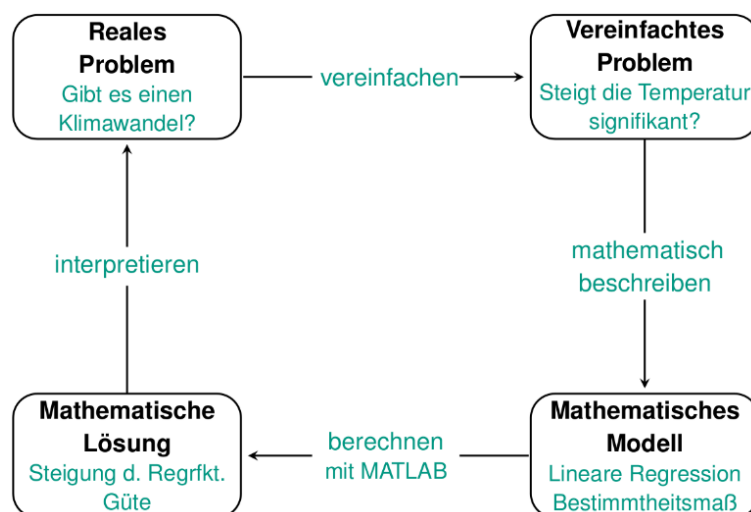


Abb. 1: Modellierungskreislauf nach CAMMP

Aussage „Gibt es den Klimawandel wirklich?“ vor dem Hintergrund eines vereinfachten, vierschrittigen Modellierungskreislaufs (vgl. Abb. 1) erläutert werden. Der Modellierungskreislauf ist an Blum (vgl. Blum et al., 2005) angelehnt und dient den Schüler/innen während des Workshops als sinnvolle Hilfestellung zur Reflexion ihrer Arbeitsschritte auf der Metaebene (vgl. Stender, 2016, S. 267).

2. Problemstellung und Problemlösung

Das reale Problem beschäftigt sich mit der Frage „Gibt es einen Klimawandel?“. Da dies ein sehr komplexes Problem ist, wird es vereinfacht zu „Steigt die Temperatur signifikant an?“. Gegeben sind jährliche Temperaturdaten von 1850 – 2018. Diese Zeitreihe beschreibt die globale Erdoberflächentemperatur-anomalie (vgl. Abb. 2). Be-

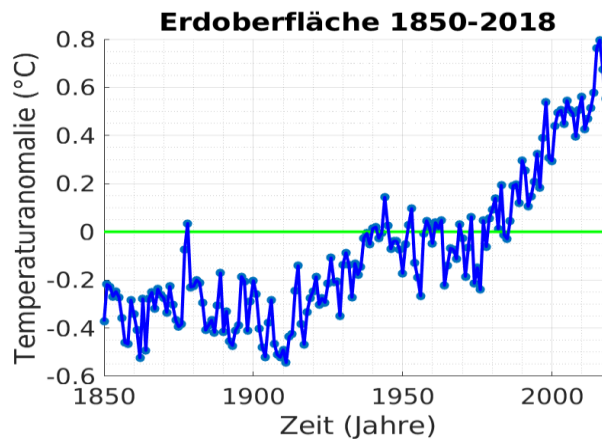


Abb. 2: Temperaturanomalie von 1850-2018

trachtet man den Funktionsgraphen in der Abbildung 2, so steigt die Temperatur ab 1900 tendenziell. Im IPCC-Bericht wird für die Zeit seit Beginn der Industrialisierung (ab 1900) ein linearer Trend angenommen. Es soll erkundet werden, wie stark die Temperatur ansteigt und anschließend getestet werden, ob der Anstieg signifikant ist. In diesem Zuge soll auch geklärt werden, was ein „signifikanter Temperaturanstieg“ genau bedeutet. Dafür ist zunächst eine Beschreibung der Daten nötig. Dazu entwickeln die Schüler/innen zunächst selbstständig die Methodik der Regressionsanalyse. Hier soll ein möglicher Lösungsweg der Schüler/innen vorgestellt und dabei die Methode der kleinsten Fehlerquadrate genutzt werden. Es muss das Minimierungsproblems „Bestimme m und b so, dass der Gesamtfehler minimal wird.“ gelöst werden. Formal bedeutet das:

$$S := \sum_{j=1}^n e(J_j)^2 = \sum_{j=1}^n (T(J_j) - (mJ_j + b))^2 \rightarrow \min$$

wobei $T(J)$ die zum Jahr J gehörige Temperatur mit der Abweichung $e(J)$ von der Regressionsgeraden ist. Auf Basis der echten Daten ergibt sich:

$$b = \bar{T}(J) - m\bar{J} = -15.578 \text{ } ^\circ\text{C} \quad \text{und} \quad m = \frac{\sum(J_j - \bar{J}) \sum T(J_j) - \bar{T}(J)}{(\sum(J_j - \bar{J}))^2} = 0.008 \frac{^\circ\text{C}}{\text{Jahr}}$$

Die lineare Regressionsanalyse liefert $T(J) = 0.008 \frac{^\circ\text{C}}{\text{Jahr}} J - 15.578 \text{ } ^\circ\text{C}$ als

beste Anpassung an die Daten. Sie gilt es nun in Bezug zum realen Problem bzw. der vereinfachten Situation zu interpretieren. Dabei stellen sich zwei Fragen: „Wie gut ist überhaupt objektiv die Anpassung durch die lineare Regression an die Daten?“ und „Ist der Anstieg signifikant?“ Zunächst soll der ersten Frage nachgegangen werden. Dazu wird das Bestimmtheitsmaß R^2 zu verwendet. Daher sollen die Schüler/innen folgenden Satz beweisen und damit qualitative Aussagen über die Güte des ausgegebenen Werts des Bestimmtheitsmaßes treffen. *Im Allgemeinen gilt: $R^2 \in [0, 1]$.* Liegen die Messwerte genau auf dem Trendgraph, so ist $R^2 = 1$. Liegen die Messwerte weit weg von dem Trendgraphen, so entspricht die Trendfunktion dem Mittelwert der Messwerte. In diesem Fall ist $R^2 = 0$. Für die lineare Anpassung an die vorliegende Zeitreihe wird ein $R^2 = 0.8$ bestimmt. Es kann geschlussfolgert werden, dass die lineare Regression die Datenfunktion gut annähert.

Die gemessenen Temperaturen sind mit Unsicherheiten behaftet. Diese werden in der Berechnung der Trendfunktion mitgeführt. Daher haben auch die zuvor bestimmten Koeffizienten der Regressionsfunktion einen Fehler. Um zu untersuchen, ob die Temperatur im letzten Jahrhundert signifikant ansteigt, müssen die Koeffizienten der Regressionsgerade mit einem sog. t-Test getestet werden. Die Schüler/innen müssen ausgehend von der Fragestellung die zu testende Nullhypothese (H_0 : Die Temperatur steigt nicht signifikant an.) formulieren und die geeignete Teststatistik aufstellen. Einsetzen entsprechenden Werte ergibt, dass H_1 anzunehmen ist. Die Interpretation in Bezug auf das reale bzw. vereinfachte Problem lautet somit, dass die globale Erdoberflächentemperatur auf dem Zeitraum 1900 – 2018 signifikant ansteigt. Offenbar spiegeln die Messwerte einen positiven Trend wieder. Damit stimmt das von den Schüler/innen erarbeitete Ergebnis mit dem aus dem IPCC-Bericht überein. Die Aussage „Die Temperatur steigt seit Beginn der Industrialisierung signifikant an.“ konnte mithilfe der Regressionsanalyse, die auf Inhalten der Oberstufenschulmathematik basiert, bestätigt werden.

3. Schlussfolgerungen

Die hier vorgestellten Inhalte sollen von den Schüler/innen innerhalb eines Workshops von etwa 5-6 Stunden selbstständig erarbeitet werden. Eine Erweiterung des Themas auf mehrtägige Veranstaltungen ist durch verschiedene Ergänzungen möglich. Es können weitere Indikatoren, die auf einen Klimawandel hindeuten, mit analogen mathematischen Methoden untersucht werden. Einerseits ergibt sich so ein vollständigeres Bild des Klimawandels. Andererseits könnte, bei entsprechender Materialvorbereitung auch jede Schülergruppe selbstständig entscheiden, welchen Indikator sie überprüfen möchte. So ließe sich möglicherweise feststellen, ob es geeignete und weni-

ger geeignete Indikatoren gibt. Insgesamt erhielt man damit eine fächerübergreifende Veranstaltung, wodurch noch stärker offenbar wird, dass Mathematik eine Wissenschaft ist, die essentiell notwendig ist, um aktuelle Problemstellungen zu lösen und die Anwendungsgebiete sich nicht nur auf innermathematische oder physikalische Phänomene beschränkt. Der Workshop stellt damit einen interessanten Einblick in die reale Forschung dar und bildet eine sinnvolle Brücke zwischen Schule und Hochschule.

Literatur

- Blum, W. & D. Leiß (2005). *Modellieren im Unterricht mit der „Tanken“-Aufgabe*. In: *mathematik lehren 128* (S. 18-21).
- Hartmann, D.L., A.M.G. Klein Tank, M. Rusticucci, L.V. Alexander, S. Brönnimann, Y. Charabi, F.J. Dentener, E.J. Dlugokencky, D.R. Easterling, A. Kaplan, B.J. Soden, P.W. Thorne, M. Wild & P.M. Zhai. (2013). *Observations: Atmosphere and Surface*. In: *Climate Change 2013: The Physical Science Basis. Contribution of Working Group I to the Fifth Assessment Report of the Intergovernmental Panel on Climate Change* (S. 159-254). [Stocker, T.F., D. Qin, G.-K. Plattner, M. Tignor, S.K. Allen, J. Boschung, A. Nauels, Y. Xia, V. Bex & P.M. Midgley (eds.)]. Cambridge University Press, Cambridge, UK & New York, NY, USA.
- Stender, P. (2016). *Wirkungsvolle Lehrerinterventionsformen bei komplexen Modellierungsaufgaben*. Dissertation Hamburg. Springer Spektrum, Wiesbaden.