

Zusammenhang räumlicher Fähigkeiten von Grundschulkindern in schriftlichen und realen Settings – Implikationen einer Strukturgleichungsanalyse für den Geometrieunterricht

1. Einleitung

Der Ausdruck *räumliche Fähigkeiten* ist ein Oberbegriff für ein Konglomerat an kognitiven Fähigkeiten, die es einem Individuum ermöglichen, gegebene räumliche Informationen mental zu repräsentieren und zu transformieren, um damit ein bestimmtes Verhalten im Raum zu induzieren (Hegarty & Waller, 2005). Der Geometrieunterricht der Grundschule hat die Aufgabe, diese abstrakte Definition nicht nur mit schriftlichen oder materialbasierten Anforderungen mit Leben zu füllen, sondern auch anwendungsbezogene und konkrete Anforderungen wie (kartenbasierte) Orientierung im Realraum zu stellen. Gerade letztere wurden in den gängigen Konstrukten von Raumvorstellung im Kontext mathematikdidaktischer Forschung noch nicht differenziert berücksichtigt.

Hier knüpft das Forschungsinteresse der eigenen Studie an. Diese beabsichtigt, das Konstrukt räumliche Fähigkeiten auf Anforderungen im Realraum zu erweitern und fokussiert dabei eine statistisch abgesicherte Identifizierung von Teilfähigkeiten auf Grundlage von altersgerechten Erfassungsinstrumenten. Dabei soll die Studie mit Hilfe individueller (Leistungs-)unterschiede klären, wie und in welchem Maße räumliche Fähigkeiten von ViertklässlerInnen in schriftlichen und realen Settings zusammenhängen.

2. Theoretischer Hintergrund

Der theoretische Hintergrund der Studie wurde bereits in Heil (2016) und Heil (2017) ausführlicher samt Literaturangaben dargestellt. Im Folgenden wird eine stichpunktartige Zusammenfassung präsentiert.

(1) Räumliche Fähigkeiten zur Lösung schriftlicher Aufgaben werden auch als *Small-Scale Fähigkeiten* bezeichnet; zur Lösung von realraumbasierten Orientierungsaufgaben sind *Large-Scale Fähigkeiten* notwendig.

(2) Der Zusammenhang beider Klassen von räumlichen Fähigkeiten ist bisher empirisch nicht eindeutig geklärt; insbesondere für Kinder fehlen tragfähige Befunde.

(3) Beiden Klassen von räumlichen Fähigkeiten liegen ähnliche kognitive Prozesse (Enkodierung von räumlich-visuellen Stimuli in eine mentale Repräsentation, Behalten dieser im Gedächtnis, inferentielle Transformation

dieser zur Aufgabenlösung) zugrunde, die sich jedoch für *Large-Scale Fähigkeiten* als deutlich komplexer und vielschichtiger auszeichnen.

(4) *Small-Scale Fähigkeiten* können über zwei Subfacetten konzeptualisiert werden. So wird die Fähigkeit, *objektbasierte Transformationen (OB)* durchzuführen von der Fähigkeit, *egozentrische Transformationen (EGO)* des vorgestellten Selbst durchzuführen unterschieden.

(5) *Large-Scale Fähigkeiten* lassen sich anforderungsgebunden in ebenfalls zwei Subfacetten konzeptualisieren. So unterscheidet man Fähigkeiten, Inferenzen allein aus den *Relationen der mentalen Repräsentation* zu ziehen von der Fähigkeit, Inferenzen aus den *Relationen zwischen Karte-Realraum-Selbst* zu ziehen.

3. Anlage der Studie

Im Rahmen eines quantitativen Forschungsansatzes wurden ein schriftlicher und ein realraumbasierter Test entworfen und mit 254 ViertklässlerInnen an der Leuphana Universität Lüneburg durchgeführt.

Das schriftliche Aufgabenmaterial umfasste vier Aufgaben, in welchen Objekte von einer stationären Perspektive aus gedreht werden mussten (Karte drehen und Links/Rechts angeben, 2D und 3D Mentale Rotation, Papierfalten). Die Aufgaben basierten zumeist auf altersgerechten Adaptionen bereits bestehender psychometrischer Aufgaben. Weiterhin wurden den Kindern sechs Aufgaben präsentiert, die die Transformation der eigenen Perspektive erforderten. Hierfür wurde ein breites Spektrum an Aufgaben entwickelt, in welchen sowohl die projizierte egozentrische Perspektive als auch der projizierte Standpunkt gegeben bzw. gesucht sind.

Das kartenbasierte Orientierungsmaterial wurde in eine Schatzsuche auf dem Campus der Universität eingebettet. Dabei lösten die Kinder folgende Aufgaben: (1) Zeigen auf charakteristische Gebäude (z.B. Mensa) mit Hilfe der Karte. (2) Standort- und Blickrichtungsbestimmung nach Ablauf eines bestimmten Weges zu einer Flagge. (3) Zeigen auf den Startpunkt. (4) Gehen zu bestimmten Orten (Scheiben), die in der Karte markiert sind. Anschließend wurde vom Startpunkt aus noch eine letzte Aufgabe ohne Karte bewältigt: (5) Zeigen auf charakteristische Orte (Flaggen, Scheiben) der Schatzsuche. Während der gesamten Zeit durften die Kinder ihre Karte nicht drehen.

4. Befunde

Eine konfirmatorische Faktoranalyse des Konstruktes *Small-Scale Fähigkeiten* zeigt, dass eine empirische Trennung in zwei Faktoren *OB* und *EGO*

möglich ist. Demnach lassen sich räumliche Fähigkeiten in schriftlichen Settings bei ViertklässlerInnen über zwei Arten mentaler Transformationen konzeptualisieren, die dennoch hoch korrelieren ($r=.80$).

Eine explorative Faktoranalyse der *Large-Scale Fähigkeiten* zeigt eine empirische Trennung in drei Faktoren. Die innere Struktur von räumlichen Fähigkeiten in realen Settings besteht demnach aus dem Faktor *Umgebungswissen* (Lokalisieren von charakteristischen Orten ohne Karte), dem Faktor *Statische Transformationen Karte-Realraum* (bewegungsfreie Nutzung der Karte im Realraum) und dem Faktor *Dynamische Transformationen Karte-Realraum* (räumliches Denken im Realraum bei Bewegung). Die drei Faktoren korrelieren hoch ($r=.70$ bis $.73$), weisen jedoch auf eine mehrdimensionale Struktur des Konstruktes hin.

Eine anschließende Korrelationsanalyse bestätigt einen z. T. beachtlichen Zusammenhang räumlicher Fähigkeiten in schriftlichen und realen Settings. Dabei korrelieren vor allem Fähigkeiten, welche räumliches Denken mit der Karte involvieren, sehr hoch mit beiden Faktoren der Small-Scale Fähigkeiten ($r=.50$ bis $.66$). Schwache Korrelationen mit den anderen Faktoren weisen auf eine Sonderrolle der Fähigkeit Umgebungswissen hin ($r=.28$ bis $.40$).

Eine Analyse semipartiieller Korrelationen unter Auspartialisierung der gemeinsam geteilten Varianz zeigt, dass zusätzliche Varianz der Fähigkeit Umgebungswissen allein durch kognitive Ressourcen erklärt wird, die mit egozentrischen Transformationen einhergehen. Zusätzliche Varianz der Fähigkeit Statische Transformationen Karte-Realraum wird allein durch kognitive Ressourcen erklärt, die mit objektbasierten Transformationen einhergehen. Für die korrespondierende dynamische Fähigkeit erklären beide Subfacetten von Small-Scale-Fähigkeiten zusätzliche Varianz.

5. Implikationen für den Geometrieunterricht der Grundschule

Die Befunde der Studie zeigen, dass individuelle Leistungen von ViertklässlerInnen mit schriftlichen, altersgerechten Aufgaben differenziert gemessen werden können. Räumliche Fähigkeiten, die zur Lösung von schriftlichen Aufgaben notwendig sind, sind als multidimensionale Fähigkeit zu begreifen und sollten als solche in verschiedenen Aufgaben angesprochen werden. So ist davon auszugehen, dass Kinder mit hohen Leistungen in Aufgaben, die das Transformieren eines Objektes von einem stationären Blickpunkt aus erfordern, nicht zwangsweise hohe Leistungen in Aufgaben zur Perspektivübernahme zeigen.

Weiterhin konnte herausgestellt werden, dass es möglich ist, realitätsnahe, herausfordernde räumliche Settings für Grundschulkinder im Realraum zu

schaffen. Diese ermöglichen es, *Large-Scale Fähigkeiten* differenziert zu erfassen. Räumliche Fähigkeiten, die zur Lösung von realraumbasierten Orientierungsaufgaben notwendig sind, sind ebenso als multidimensional zu begreifen und sollten so im Unterricht über vielfältige Aufgaben angesprochen werden. So sollte der Karteneinsatz nicht nur von einem stationären Punkt aus herausgefordert werden, sondern auch in bewegungsgebundenen Settings thematisiert werden.

Individuelle Leistungen in schriftlichen Aufgaben sind empirisch trennbar zu Leistungen in realraumbasierten Settings, sind aber auch partiell zusammenhängend. Dies bedeutet insbesondere, dass Kinder, die in schriftlichen Aufgaben hohe Leistungen zeigen, nicht auch in realraumbasierten Anforderungen gut abschneiden (*Trennungseigenschaft*). Aus diesem Grunde ist eine Thematisierung beider Anforderungsbereiche im Unterricht wichtig. Dennoch kann die Bearbeitung der Aufgaben im Realraum auf gewisse ähnliche kognitive Prozesse, die beim Bearbeiten von schriftlichen Aufgaben notwendig sind, zurückgeführt werden (*Zusammenhangseigenschaft*). Kinder, die hohe Leistungen in Aufgaben zeigen, die egozentrische Transformationen erfordern (z.B. Seitenansichten zuordnen), zeigen ebenso höhere Leistungen in Aufgaben, die das Umgebungswissen abfragen und das Einordnen des Vorgestellten Selbst auf einer Karte unter Bewegung im Realraum erfordern. Kinder, die hohe Leistungen in Aufgaben zeigen, die objektbasierte Transformationen erfordern (z. B. Karte drehen, Papierfalten), zeigen ebenso höhere Leistungen in Aufgaben, die das Drehen der Karte mit und ohne Bewegung erfordern.

Die empirischen Ergebnisse der Studie sind ein möglicher Ansatzpunkt für eine gezielte Förderung von Fähigkeiten in schriftlichen und realraumbasierten Settings.

Literatur

- Hegarty, M., Waller, D.: *Individual differences in spatial abilities*. In Shah, P., Miyake, A. (eds.): *The Cambridge handbook of visuospatial thinking*. Cambridge University Press, New York (2005), S. 121-169.
- Heil, C. (2016). Vergleich räumlicher (Orientierungs-)Fähigkeiten von Grundschulkindern im Mathematikunterricht und im Realraum. In: Institut für Mathematik und Informatik Heidelberg (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2016* (S. 393-396). Münster: WTM-Verlag.
- Heil, C. (2017). Zusammenhang räumlicher Fähigkeiten von Grundschulkindern in schriftlichen und realen Settings: Ergebnisse einer Strukturgleichungsanalyse. Erscheint in: Institut für Mathematik der Universität Potsdam (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2017*. Münster: WTM-Verlag, 2018, 4 Seiten.