

„Intelligente Plättchen“ zum Algebra-Lernen – neue Aufgaben für neues Lernmaterial

Im Projekt „Multimodal Algebra lernen“ (MAL-Projekt) wird in Zusammenarbeit zwischen Expert_innen der Mensch-Computer-Interaktion und der Mathematikdidaktik ein System von frei bewegbaren Plättchen entwickelt, das mittels Sensorik und Output-Kanälen (z. B. LEDs, Ton, Vibration) auf die Handlungen der Schüler_innen reagieren kann. Solche auch als *Tangible User Interfaces* (TUI), *Tangibles* oder *Smart Objects* bezeichneten Hilfsmittel versprechen, die Potentiale körperlich erfahrbarer Lernmittel um Möglichkeiten zu ergänzen, die bislang virtuellen Lernumgebungen vorbehalten sind. Insbesondere ist es möglich, Schüler_innen unmittelbar Feedback bezüglich ihres Umgangs mit dem Lernmaterial zu geben. Aufgabe der Mathematikdidaktik ist nun, im Sinne einer optimalen Nutzung der besonderen Eigenschaften des neuartigen Lernmaterials Aufgaben zu entwickeln und zu erproben.

Lineare Gleichungen im MAL-System

Die aktuelle Entwicklung fokussiert auf die Behandlung von linearen Gleichungen. Perspektivisch sollen jedoch auch andere Themenfelder der elementaren Algebra (Auswerten und Umformen linearer und quadratischer Terme, lineare Gleichungssysteme, quadratische Gleichungen) abgedeckt werden. Daher wird auf die Idee der *Algebra Tiles* zurückgegriffen, die eine solche Erweiterung erlauben. Für die Darstellung linearer Gleichungen im Bereich der natürlichen Zahlen werden zwei Sorten von Plättchen benötigt: Kleine quadratische Plättchen stellen Einheiten dar, längliche Plättchen eine unbekannte Zahl. Das Auslegen auf einer in zwei Seiten unterteilten Arbeitsfläche (siehe Abb. 1, links) wird auf beiden Seiten separat als Addition gedeutet. Aufgabe ist nun, diejenigen Werte für die unbekannte Zahl zu finden, für die die sich ergebenden Zahlen auf beiden Seiten übereinstimmen. (Eine Umsetzung negativer Vor- und Rechenzeichen ist möglich und geplant, wird hier aber nicht dargestellt.)

In Umkehrung der beschriebenen Darstellung der Addition bedeutet Subtraktion in diesem Modell, Plättchen zu entfernen. Um die Division mit einer klar unterscheidbaren Handlung zu verknüpfen, wird sie im MAL-System in Anlehnung an die Verteil-Vorstellung gedeutet: Die Schüler_innen bilden auf beiden Seiten untereinander identische Gruppen und zeigen dann durch eine die Gruppen trennende Touchgeste an, dass sie die Ausdrücke auf beiden Seiten dividieren möchten (siehe Abb. 1, rechts).

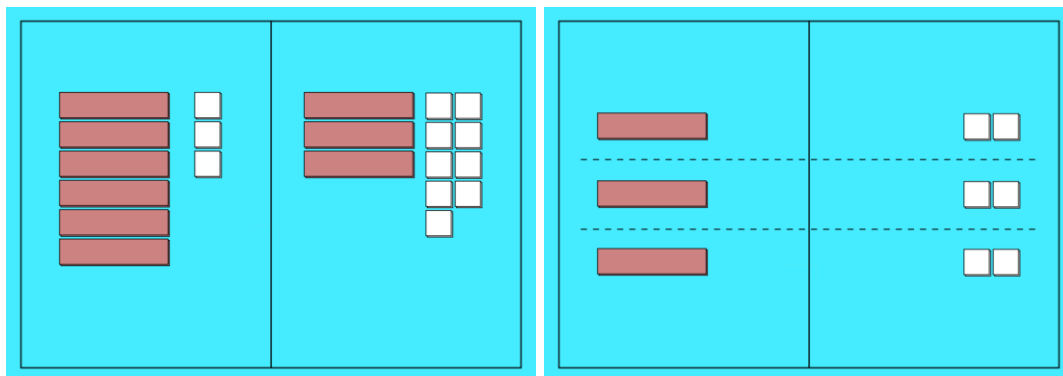


Abbildung 1: Darstellung der Gleichung $6x + 3 = 3x + 9$ (links); Umsetzung der Division durch 3 als Trennen dreier gleicher Gruppen auf jeder Seite durch eine Touchgeste, hier ausgehend von der Gleichung $3x = 6$ (rechts).

Erprobung mit Papier-Prototypen

Zur Erprobung erster Aufgabenideen wurden Papier-Prototypen des beschriebenen Systems in einem Kurs für Neuntklässler_innen mit Schwierigkeiten in der elementaren Algebra erprobt. Dabei wurde nach Indikatoren gesucht, die auf einen Mehrwert des anvisierten Systems gegenüber der Papierversion hinweisen. Untersucht wurde ferner, welche Faktoren die Zusammenarbeit unter den beteiligten Schüler_innen begünstigte. Im Folgenden werden einige der dabei gemachten Beobachtungen wiedergegeben.

Chancen von (digitaler) Materialität

Gleichungen wirklich basteln

Im Schulbuch *matheWerkstatt 8* (Hußmann, Leuders, Prediger & Barzel, 2016, S. 216) werden die Schüler_innen aufgefordert, Gleichungen mit bestimmten Eigenschaften zu „basteln“. Mit Hilfe von Plättchen ist dies im Wortsinn möglich: Es geht nicht mehr nur um das Notieren symbolischer Ausdrücke, sondern um das Umgehen mit konkretem Material. Mit entsprechenden Aufgabenstellungen können neben der Gestalt der symbolischen Ausdrücke auch der Konstruktions- und der Lösungsprozess der Gleichung in den Blick genommen werden.

Äquivalenz sehen lernen

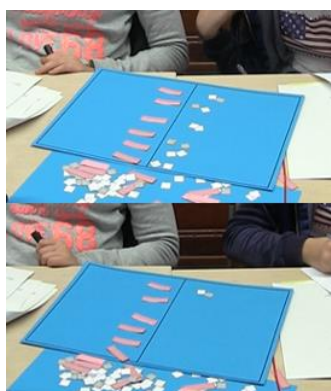
Ein weiterer Vorteil materiell repräsentierter Gleichungen gegenüber einer rein symbolischen Darstellung zeigt sich in Bezug auf die Erfassung der Äquivalenz von Gleichungen. In der Studie wurde sichtbar, wie zunächst ungerichtetes Schauen und Handeln durch eine Lehrerintervention auf die relevanten Merkmale orientiert werden kann, und wie dieser auf Sehen und Handeln ausgerichtete Lernprozess schließlich auch das Identifizieren äquivalenter Gleichungen in symbolischer Darstellung unterstützen kann (Janßen & Bikner-Ahsbahr, eingereicht).

Kollaboration

Antle und Wise (2013) sehen in der gemeinsamen Tätigkeit mit Tangibles ein besonderes Potential: Die Möglichkeit räumlicher Umverteilung befördere die Übernahme von Ideen; gegenseitiges Überprüfen könne zu einem geteilten Verständnis führen; verteilte Rollen, Informationen und Kontrollmöglichkeiten erforderten Aushandlungsprozesse und Kooperation. In der bisherigen Erprobung wurden insbesondere Rollenverteilungen genutzt: Beim Lösen von Gleichungen war je ein_e Schüler_in für eine Seite der Gleichung verantwortlich. Die erforderliche Koordination stützt die Vorstellung, dass die Äquivalenzumformungen sich stets auf beide Seiten beziehen.

Neue Handlungen als Mehrwert?

Walter (2018, S. 30 f.) warnt zu Recht vor voreiligen Mehrwertzuschreibungen, weil die Umsetzung der Potentiale neuer Medien stets von der mathematikdidaktisch adäquaten Einbettung abhängt. Die Mehrwert-Forschung (Mayer, 2011) bietet jedoch die Möglichkeit, eine didaktische Einbettung vorauszusetzen und ein Szenario unter Nutzung zusätzlicher Features mit einem Szenario ohne diese Features zu vergleichen – letzteres wird durch die Papier-Prototypen repräsentiert. Bei deren Verwendung können Mehrwerte des in der Entwicklung befindlichen Systems *antizipiert* werden, die dann in weiteren Studien verifiziert oder widerlegt werden können. Ein Beispiel hierfür ist die bereits oben beschriebene Geste zur Division. Es zeigte sich, dass alleine die Anweisung, die Plättchen zu gruppieren, keine hinreichende Abgrenzung der Division von der Subtraktion gewährleistet. Eines der beobachteten Schülerpaare gruppierte die Repräsentation der Gleichung $12 = 6x$ zunächst korrekt und kam auch auf die korrekte Lösung, nahm dabei aber an, auf beiden Seiten verschiedene Terme subtrahiert zu haben (siehe Abb. 2). Die Einführung einer entsprechenden Geste lässt darauf hoffen, dass deutlicher wird, welche Operation in einer solchen Situation adäquat ist.



Sym- bolisch	$12 = 6x$	-10 und $-5x$
anschaulich		Beschreibung in Worten
Sym- bolisch	$2 = x$	-10

Abbildung 2: Die Schülerinnen teilen korrekt auf, die Handlungen mit den Plättchen (wegnehmen) verleiten jedoch dazu, im Protokoll eine Subtraktion (-10 auf der einen Seite, $-5x$ auf der anderen) statt einer Division zu notieren.

Resümee: Der Technik Mathematikdidaktik beibringen

Neue technische Entwicklungen fordern die mathematikdidaktische Forschung heraus, wenn deren Potenzial sich nicht unmittelbar durch hergebrachte Aufgabentypen erschließen lässt. Der vorliegende Beitrag illustriert diese Herausforderung im Fall des MAL-Systems, in dem mit „smarten“ Plättchen Gleichungen repräsentiert und gelöst werden können. Die dabei erforderliche wissenschaftliche Arbeit befasst sich insbesondere mit der Interaktion der Schüler_innen untereinander und mit den Tangibles, die in diesem Prozess technisch und didaktisch bestimmt werden müssen. Dabei gibt es deutliche Anzeichen für neue Chancen und mögliche Mehrwerte des Umgangs mit Tangibles in einem System, das im Gegensatz zu den bisher erprobten Papierprototypen direktes Feedback erlaubt. Gleichwohl greifen wir in unserer Forschung auch auf bewährte Aufgabenideen zurück; didaktische Prinzipien behalten auch für neue Lernwerkzeuge Gültigkeit. So sind etwa in der Entwicklung automatischer Feedbackfunktionen für das MAL-System empirische Befunde und Erkenntnisse über gutes Feedback und hilfreiche Unterstützung (z. B. Hattie & Timperley, 2007; Smit, van Eerde & Bakker, 2013) von Bedeutung. Dabei wird noch zu klären sein, in welchen typischen Lernsituationen das automatische Feedback des Systems passend ist und wann eine Lehrkraft besser helfen kann.

Das MAL-Projekt wird durch das Bundesministerium für Bildung und Forschung im Förderschwerpunkt „Erfahrbares Lernen“ gefördert.

Literatur

- Antle, A. N., & Wise, A. F. (2013). Getting down to details: Using theories of cognition and learning to inform tangible user interface design. *Interacting with Computers*, 25(1), 1–20.
- Hattie, J. & Timperley, H. (2007). The power of feedback. *Review of Educational Research*, 77(1), 81–112.
- Hußmann, S., Leuders, T., Prediger, S. & Barzel, B. (Hrsg.) (2015). *matheWerkstatt 8*. Berlin: Cornelsen.
- Janßen, T. & Bikner-Ahsbahr, A. (eingereicht). *Learning to see equivalence of equations: Insights from task design for manipulatives*. Research report für die PME42 in Umeå.
- Mayer, R. E. (2011). Multimedia learning and games. In S. Tobias & J. D. Fletcher (Hrsg.), *Computer games and instruction* (S. 281–306). Charlotte, NC: Information Age.
- Smit, J., van Eerde, H. A. A. & Bakker, A. (2013). A conceptualisation of whole-class scaffolding. *British Educational Research Journal*, 39(5), 817–834.
- Walter, D. (2018). *Nutzungsweisen bei der Verwendung von Tablet-Apps. Eine Untersuchung bei zählend rechnenden Lernenden zu Beginn des zweiten Schuljahres*. Wiesbaden: Springer.