

Sage in der Studieneingangsphase und E-Learning-Aspekte

Hinsichtlich der Behandlung computerorientierter Aspekte in der Studieneingangsphase hat das frei verfügbare mathematische Softwarepaket und Computeralgebrasystem Sage (kurz für SageMath, Sage Mathematical Software System) [1] einige neue Perspektiven eröffnet. Mit Blick auf das mathematische Spektrum sind zahlreiche fokussierte Mathematikpakete über Schnittstellen in die Sage-Plattform eingebunden und decken eine große Bandbreite an Einsatzgebieten ab, wie beispielsweise Themen der Analysis, der linearen Algebra, der diskreten Mathematik, der Gruppentheorie oder der Zahlentheorie. Sage eignet sich insofern sehr gut, um Studierenden experimentelle Illustrationen zu Begriffen und zu theoretischen Aussagen verschiedener Themenfelder zu bieten. Dabei kann Sage aufgrund des umfangreichen Einsatzgebietes sehr gut in Veranstaltungen mit einem breiten inhaltlichen Spektrum verwendet werden.

An der Goethe-Universität in Frankfurt am Main kommt Sage in der Vorlesung „Einführung in die computerorientierte Mathematik“ (Pflichtveranstaltung im ersten Semester des Bachelor-Studiengangs Mathematik sowie im gymnasialen Lehramtsstudiengang Mathematik) zum Einsatz. Als Grundlage kann das Buch „Einführung in die computerorientierte Mathematik mit Sage“ von T. Theobald und S. Ilman dienen, siehe [2]. Aufgrund der Notwendigkeit eines digitalen Endgeräts bei der Arbeit mit Sage ist es naheliegend, das Erlernen seiner Nutzung durch digitales Lernmaterial zu unterstützen. Dieser Artikel widmet sich neben dem Einsatz von Sage in der Studieneingangsphase auch E-Learning-Aspekten und insbesondere dem Arbeiten mit Smartphones.

1. Computereinsatz und Sage

In der jüngeren mathematischen Geschichte wurden wichtige Resultate mit Computerunterstützung bewiesen. Beispielsweise beruhen der Vier-Farben-Satz, der Beweis der Kepler-Vermutung und die Klassifikation der endlichen einfachen Gruppen auf Computerbeweisen. Darüber hinaus bieten sich Computeralgebrasysteme aber auch als geeignetes Hilfsmittel für die Visualisierung und Anwendung mathematischer Strukturen und Sachverhalte an. Neben numerischen Rechenweisen ist für den Einsatz in der Hochschullehre auch die Möglichkeit des symbolischen Rechnens sehr hilfreich. Symbolisches Rechnen ermöglicht es, mathematische Probleme exakt zu bearbeiten und beispielsweise die Nullstellen von Polynomen mit Parametern in deren Abhängigkeit zu behandeln.

Das Computeralgebrasystem Sage bietet Möglichkeiten für symbolische Berechnungen und es stellt somit eine Alternative zu kommerziellen Software-Systemen wie Maple und Mathematica dar. Sage ist jedoch kostenlos und frei verfügbar. Dies macht es besonders attraktiv für den Einsatz in der Hochschullehre, da die Studierenden keine Software-Lizenz benötigen und sie die Software auf ihren eigenen Geräten verwenden können. Neben einer Anwendung auf den Betriebssystemen Windows, Linux und macOS kann Sage auch über die Cloud SageMathCloud kostenlos genutzt werden. Ferner gibt es als weiteres Online-Interface den Sage Cell Server, welches das Arbeiten ohne Installationen und ohne die Erstellung eines Accounts ermöglicht.

Der Name „Sage“ ist ein Akronym, welches für „System for Algebra and Geometry Experimentation“ steht. In der Tat war die Software Sage ursprünglich als Werkzeug für das Experimentieren mit algebraischen Strukturen und geometrischen Objekten gedacht. Inzwischen bietet Sage jedoch weit umfangreichere Einsatzmöglichkeiten, da es auf vielen existierenden Softwarepaketen, wie beispielsweise Singular, Maxima und GAP, aufbaut und deren Funktionen und Algorithmen integriert hat. Sage selbst basiert auf der Programmiersprache Python. Die intuitive Struktur von Sage ermöglicht es, leicht mit Begriffen zu experimentieren, diese an Beispielen zu visualisieren oder Berechnungen durchzuführen. Bereits mit einzelnen Kommandos oder sehr kurzen Codesequenzen können konstruktive Zugänge zu praktisch allen für Studienanfänger relevanten mathematischen Teildisziplinen eröffnet werden.

Aus diesen Gründen bietet es sich an, Sage in der Hochschullehre und dort aus didaktischen Gründen insbesondere in der Studieneingangsphase einzusetzen und mit dessen Hilfe die Begriffe aus der Vorlesung zu veranschaulichen und mit ihnen zu experimentieren. Dies kann beispielsweise die Summenformeln $S_m(n) = \sum_{k=1}^n k^m$ oder das Visualisieren von Funktionen umfassen, aber auch kombinatorische Objekte wie fixpunktfreie Permutationen, diskrete Objekte wie Graphen und die exakte Behandlung von Nullstellen von Polynomen sowie damit verbundene Konzepte wie Resultanten und Diskriminanten.

```
var('k,n')
sum(k, k, 1, n)
```

$$1/2*n^2 + 1/2*n$$

Symbolische Berechnung der Gauß'schen Summenformel in Sage.

Die in der Studieneingangsphase erworbenen Sage-Kenntnissen bieten den Studierenden in späteren Semestern dann einen erleichterten Zugang zu computerorientierten Aspekten höherer mathematischer Konzepte, da die

große Funktionalität von Sage oft einen Zugang auf der bereits vertrauten Plattform ermöglicht.

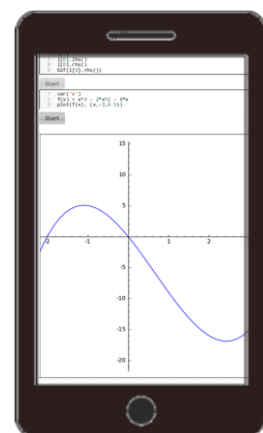
2. E-Learning-Aspekte

Für einen Teil der Studierenden ist die Verwendung eines mathematischen Software-Systems zunächst ungewohnt. Schwierigkeiten können bereits beim Umgang mit dem eigenen Endgerät entstehen, beispielsweise bei der Installation einer Software. Zum anderen bedürfen die Methoden bei der Programmierung häufig etwas Übung. Bei der Erlernung einer Software ist die Unterstützung durch digitale Lernbausteine besonders praktikabel, da dessen Nutzung ohnehin ein digitales Endgerät erfordert und Lernende so ohne Wechsel des Lernmediums die online verfügbaren, digitalen Bausteine aufrufen können.

Diese Überlegungen schließen Sage mit ein. In der Vorlesung „Einführung in die computerorientierte Mathematik“ (Wintersemester 2015/16, Prof. Theobald) wurden sehr gute Erfahrung mit der Bereitstellung von kurzen, maximal 10-minütigen, freiwillig nutzbaren Videos gemacht, welche sich genau diesen Schwierigkeiten widmen. Die Videos, welche technische Unterstützung bei der Installation der Software oder bei der Erstellung eines Benutzeraccounts für die SageMathCloud geben, haben die bislang auftretende E-Mail-Kommunikation zwischen Studierenden, Dozenten und Tutoren bei ebendiesen Problemen merklich verringert. Die Videos, welche sich inhaltlichen Schwierigkeiten widmen, erklären Lerngegenstände, illustrieren diese an Beispielen und unterstützen den Einstieg in Sage. Dadurch werden beispielsweise Möglichkeiten zur Analogiebildung geboten, die bei der Bearbeitung von Übungsaufgaben hilfreich sein können. Darüber hinaus wurden diese Videos dazu eingesetzt, prototypische inhaltliche Verständnisprobleme zu klären.

Über die oben erwähnten Online-Interfaces kann Sage geräteunabhängig genutzt werden. Dies unterstützt mobiles Lernen und Arbeiten. Insbesondere kann auch über Smartphones mit Sage gearbeitet werden. Über die Webseite

<http://www.math.uni-frankfurt.de/~theobald/ecms/code/> werden die Code-Beispiele aus [2] online zur Verfügung gestellt. Diese Vorlagen können direkt im Browser angewendet, ausgeführt und bearbeitet werden. Obwohl sich die Direkteingabe von Code mit der Tastatur des



Smartphones aufgrund der erforderlichen Sonderzeichen als aufwändig gestaltet, kann mithilfe dieser Vorlagen auch mit dem Smartphone sehr effektiv gearbeitet werden.

Literatur

- [1] The SageMath Developers (2018). *SageMath, the SageMath Mathematics Software System (Version 8.1)*. <http://www.sagemath.org> .
- [2] Theobald, T., Ilman, S. (2016). *Einführung in die computerorientierte Mathematik mit Sage*. Wiesbaden: Springer Spektrum.