Hinterm Horizont geht's weiter: Forschertag Optimierung

Die Optimierung ist ein spannendes und aktuelles Teilgebiet der Mathematik, deren Fragestellungen man schon mit Schulmathematik verstehen kann. Bei Optimierungsproblemen müssen unbekannte Größen bestimmt werden, so dass eine Funktion minimiert wird und gleichzeitig vorgegebene Bedingungen eingehalten werden.

Die Arbeitsgruppe Optimierung und Optimale Steuerung an der Universität Bremen hat mit dem Forschertag Optimierung ein dreistündiges Format entwickelt, um Schulklassen der Oberstufe in dieses Fachgebiet einzuführen und anschaulich erkunden zu lassen. Dabei wird anhand von Mitmach-Exponaten aus dem Bereich Optimierung erläutert, wie Mathematik in der Industrie Eingang findet, und welche Berufschancen sich daraus ergeben.

1. Zielsetzung

Die Einrichtung "matelier" wurde von der Mathematik-Didaktik der Universität Bremen ins Leben gerufen, um Lehrkräften und Studierenden Anregungen für einen lebendigen Mathematikunterricht zu geben. Seit vielen Jahren werden am matelier auch erfolgreich Forschertage für die Klassen 3–6 durchgeführt, indem Mathematik mit Spielen, Rätseln und Zaubertricks unterrichtet wird.

Für einen praxisnahen Zugang entschied sich auch die Arbeitsgruppe Optimierung und Optimale Steuerung, die in Zusammenarbeit mit Prof. Dr. Knipping vom matelier den Forschertag Optimierung als Mathematik-Tag für Oberstufen anbietet.

Die Berufschancen für Absolventen der Studiengänge Mathematik oder Technomathematik können nur als hervorragend bezeichnet werden. Der alltägliche Mathematik-Unterricht an der Schule bietet aber wenig Freiraum, um das Berufsbild des Mathematikers vorzustellen.

Beide Studiengänge bieten durch den engen Kontakt zu Dozenten sehr gute Entwicklungsmöglichkeiten für die Studierenden. Leider sind die Anfängerzahlen in den letzten Jahren rückläufig, so dass verstärkt für den Studiengang geworben werden soll (Wintersemester 2017/18: ca. 50 Mathematik, ca. 20 Technomathematik).

Ein Ziel des Forschertags Optimierung ist es, aufzuklären, dass mit einem Studium der Mathematik oder Technomathematik interessante Berufschancen eröffnet werden. Anhand von Fallstudien wird erläutert, wo Mathematik

und insbesondere Optimierung in technischen und industrienahen Fragestellungen einen Beitrag liefern kann

Dabei werden einzelne Aspekte der (hoffentlich bekannten) Schulmathematik aufgegriffen und weitergeführt, um zu verdeutlichen, dass Mathematik auch außerhalb des Unterrichts essentiell ist. Dabei umfasst die Mathematik weniger das rezeptartige Lösen von Aufgaben, sondern erfordert vor allem echte Kreativität beim Problemlösen.

Der Forschertag kommt (fast) ohne Formeln oder Rechenaufgaben aus. Stattdessen sollen mathematische Konzepte vermittelt werden, und von den Schülerinnen und Schülern auf Beispiele in ihrer Erfahrungswelt übertragen werden. Insbesondere wird also nicht erwartet, dass die Lehrkraft die Schulklasse im Mathematik-Unterricht gezielt auf den Forschertag vorbereitet.

2. Ablauf des Forschertags Optimierung

Der Forschertag Optimierung wurde bisher im Wintersemester 2016/17 und im Wintersemester 2017/18 an insgesamt 20 Terminen durchgeführt. Neben Schulklassen von 11 Schulen aus Bremen sind auch bereits Schulklassen aus Hannover, Stade und Henstedt-Ulzburg zum Forschertag an die Universität Bremen gekommen. Insgesamt wurden schon ca. 400 Schüler erreicht.

Im Begrüßungsvortrag (ca. 20 Minuten) wird die geschichtliche Entwicklung der Optimierung aufgegriffen. Als Motivationsbeispiel dient die Geschichte der Königstochter Dido und dem ältesten Optimierungsproblem mit der Frage: Bei welcher Form mit gegebenem Umfang nimmt eine Stück Land den größten Flächeninhalt ein? Was ist, wenn das abzusteckende Land an der Küste (hier: an einer Geraden) liegt und nur das Territorium im Landesinneren abzustecken ist? Als Übertragung auf das Heute und um den Bezug zu Bremen herzustellen, dient eine kurze Beschreibung der Software WORHP. Dieser Löser für nichtlineare Optimierungsprobleme wird an der Universität Bremen entwickelt und auch an den Forscherstationen verwendet werden (Büskens et al., 2013).

Um den Schülern und Schülerinnen die Möglichkeit zu geben, selbst zu experimentieren, und um einen engeren Kontakt zu den betreuenden wissenschaftlichen Mitarbeitern und studentischen Hilfskräften zu erlauben, wird die Schulklasse in vier Gruppen eingeteilt. Dazu werden zunächst die vier Forscherstationen vorgestellt, die vier zentralen Themen aus dem Bereich der Optimierung entsprechen (ca. 10 Minuten):

• Parameteridentifikation: Wie müssen Parameter eines Modells eingestellt werden, um die Wirklichkeit damit besser zu beschreiben?

- Nichtlineare Optimierung: Wie müssen Zahlen gewählt werden, damit ein System, das durch ein bestehendes Modell mathematisch repräsentiert wird, in einer vorzugebenden Weise optimal ist?
- Optimale Steuerung: Wie müssen Steuerungen (Funktionen) vorgegeben werden, um ein dynamisches System optimal zu betreiben?
- Optimale Regelung: Wie muss ein dynamisches System betrieben werden, wenn Störungen im System auftreten?

Der zentrale Block des Forschertags ist die Arbeit der Gruppen an ihrer jeweiligen Forscherstation (ca. 45 Minuten). Unter Anleitung werden sie mit einem Text und zugehörigen Verständnisfragen beispielhaft in ihr Thema eingeführt. Anhand eines interaktiven Exponats erkennt die Gruppe, dass sich die erlernten Konzepte des Beispiels auch auf (ganz) andere Anwendungen übertragen lassen. Schließlich werden die Schülerinnen und Schüler aufgefordert, die Konzepte auf ein Beispiel aus ihrer unmittelbaren Erfahrungswelt zu übertragen. Hierzu soll die Gruppe ein Poster vorbereiten.

Anschließend kommt die Schulklasse wieder zusammen, und die Gruppen berichten (mit dem Poster als Gedankenstütze) über ihre Forscherstation (je ca. 5 Minuten).

Danach hat jede Gruppe die Gelegenheit, die interaktiven Exponate der anderen Forscherstationen selbst auszuprobieren (je ca. 15 Minuten). Aktuell stellen wir diese Exponate bereit:

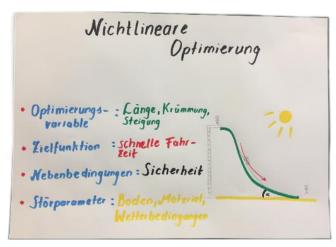
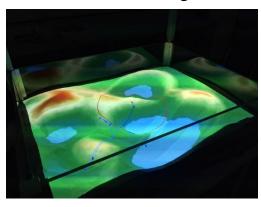


Abb. 1: Eine Gruppe hat das Design einer Rutsche als Optimierungsaufgabe vorgestellt.

- Parameteridentifikation: Roboter-Fahrzeuge (Lego Mindstorms) sollen einer grauen Linie folgen. Doch wie müssen der Lichtsensor und die Motoren parametrisiert werden, damit das zuverlässig funktioniert? Wie geht man vor, um eine gute Parametrisierung zu finden?
- Nichtlineare Optimierung: Wie kann die Optimierungssoftware WORHP genutzt werden, um eine Ausgleichsgerade durch Datenpunkte zu bestimmen? Wie findet WORHP den tiefsten Punkt in einem Sandkasten, wenn nur lokale Informationen zur Verfügung stehen?

- Optimale Steuerung: Wie muss ein Industrieroboter angesteuert werden, um ein Pendel schwingungsfrei von A nach B zu bewegen?
- Optimale Regelung: In einer Computersimulation können die Schüler ausprobieren, wie eine Mondlandung mit nur schrittweise abstellbaren Triebwerken durchgeführt werden kann.



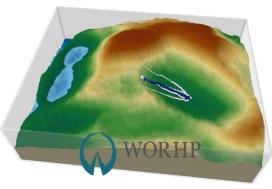


Abb. 2: Visualisierung der Arbeitsweise des Optimierungsverfahrens WORHP im "Augmented Reality" Sandkasten. Links: technische Umsetzung mit 100 kg Sand, rechts: Simulation der Höheninformation.

Den Abschluss (ca. 30 Minuten) bildet das Thema "Mathematik in der Industrie". An Beispielen aus der Luft- und Raumfahrt, dem Automobilbereich und der Energieversorgung wird dargestellt, wie breit gestreut die Projekte in der Arbeitsgruppe sind (Geffken et al., 2017).

3. Resonanz

Der Forschertag Optimierung wurde von den teilnehmenden Schülerinnen und Schülern sehr positiv aufgenommen. Insbesondere die Diskussionen in kleinen Gruppen, der Kontakt zu Mitarbeitern und Studierenden und das Übertragen von Erlerntem auf die eigene Umgebung fanden hohen Anklang. Auch die begleitenden Lehrerinnen und Lehrer lobten die Veranstaltung. Manche gaben zu, dass sie selbst gar nicht wussten, wo Mathematik überall eingesetzt wird.

Die Arbeitsgruppe Optimierung und Optimale Steuerung plant den Forschertag Optimierung weiterzuentwickeln und im Herbst 2018 fortzusetzen.

Literatur

Büskens, C. & Wassel, D. (2013). The ESA NLP Solver WORHP. In *Modeling and Optimization in Space Engineering*, Vol. 73 (S. 85–110). Springer, New York.

Geffken, S., Knauer, M. & Büskens, C. (2017). Non-linear Optimization in Space Engineering, *Mathematics Today*, October 2017, 53(5) (S. 212–216).