

Christine KNIPPING, Bremen & Peter STENDER, Hamburg

## **Schülerinnen und Schüler, sowie Lehramtsstudierende erkunden Mathematik hinterm Horizont**

Aktuelle und innovative Anwendungen von Mathematik sind vielen Lehrkräften wie auch Lehramtsstudierenden unbekannt. Die Vermittlung dieser mathematischen Anwendungen kann durch an Schülerinnen und Schüler gerichtete Projektstage gelingen, in die nicht nur ihre Lehrkräfte sondern gezielt auch Lehramtsstudierende einbezogen werden. Auf diese Weise kann ein eher traditionelles Bild von Mathematik reichhaltig ergänzt werden. Gemeinsames Anliegen von Brücken-Projekten zwischen Mathematik und Mathematikdidaktik an der Universität Bremen und der Universität Hamburg ist es in diesem Sinne, Einblicke in aktuelle Anwendungen und anwendungsorientierte Forschung von Mathematik zu geben. In diesem Beitrag werden langjährige Hamburger Projekte und Erfahrungen skizziert und aktuelle Initiativen in Bremen vorgestellt.

### **1. Hamburger Modellierungsaktivitäten**

Modellierungsaktivitäten in unterschiedlicher Form werden an Hamburger Schulen bereits seit dem Jahr 2000 von der Universität Hamburg durchgeführt. Gemeinsames Merkmal dieser Aktivitäten ist, dass Schülerinnen und Schüler mehrere Tage lang an einer komplexen, offenen und realitätsnahen Fragestellung arbeiten, die von universitärer Seite eingebracht wird. Initiiert wurden diese Modellierungsaktivitäten fakultätsübergreifend von Prof. Ortlieb / Prof. Struckmeier (Mathematik) und Prof. Kaiser (Mathematikdidaktik). Angesprochen wurden zunächst Leistungskursschülerinnen und -schüler, die in außerunterrichtlichen Aktivitäten von Studierenden bei der Bearbeitung von Modellierungsaufgaben betreut wurden. Die Studierenden selbst hatten an Modellierungsseminaren im Fach Mathematik teilgenommen und waren so zunächst von fachlicher Seite aus auf diese Aufgabe vorbereitet worden.

Weiter ausgebaut wurden diese Aktivitäten seit 2009 in Form von Modellierungswochen an der Universität Hamburg, in denen Leistungskurse und ihre Lehrkräfte für eine Woche an die Universität Hamburg eingeladen wurden, um dort an einem komplexen Modellierungsproblem zu arbeiten. Einer der Höhepunkte dieser Wochen war regelmäßig die Präsentation der Ergebnisse der Modellierungswochen und ihre kritische Würdigung. In die Betreuung der Schülerinnen und Schüler eingebunden waren sowohl Studierende als auch Doktorandinnen und Doktoranden. In Modellierungsseminaren in Kooperation von Fach und Fachdidaktik (Prof. Kaiser, Prof.

Ortlieb, Prof. Struckmeier) wurden sie auf die Betreuung der Modellierungsaktivitäten gezielt vorbereitet. So wurden nicht nur Schülerinnen und ihre Lehrkräfte, sondern auch zukünftige Lehrkräfte mit dem Umgang mit Modellierungsproblemen im Mathematikunterricht vertraut gemacht.

Auch auf die Mittelstufe wurden seit 2010 die Modellierungsaktivitäten ausgeweitet. Modellhaft wurden an einem Hamburger Gymnasium alle Schülerinnen und Schüler aus Jahrgang 9 an Modellierungsprobleme herangeführt. Drei Tage lang bearbeiteten sie ein Modellierungsproblem und präsentierten schließlich ihre Ergebnisse in Form eines Marktplatzes. Auch dabei wurden die Schülerinnen und Schüler durch Studierende betreut, die in einem fachdidaktischen Seminar (Prof. Kaiser / Dr. Stender) darauf vorbereitet worden waren. In diesem Kontext ist ein Forschungsprojekt durchgeführt worden mit der Absicht, geeignete Lehrerinterventionen in solchen Modellierungsprozessen zu identifizieren (Stender, 2016).

Nach dieser durch Entwicklungsforschung begleiteten Anfangsphase konnte dieses Projekt 2013 auf mehrere Hamburger Gymnasien ausgeweitet werden. Auch eine Lehrerfortbildung ist in diesem Rahmen entwickelt und mehrfach bereits durchgeführt worden, welche die Lehrkräfte der jeweiligen Jahrgänge auf die Betreuung ihrer Schülerinnen und Schüler bei deren Modellierungsaktivitäten vorbereitet (Dr. Stender / Dr. Vorhölter).

Seit 2015 ist ein weiterer Projektansatz am Gymnasium Süderelbe erstmals erprobt worden. Schülerinnen und Schüler der Oberstufe bereiten sich in einem Pädagogik Seminar im Rahmen des Wahlpflichtbereiches der Oberstufe auf die Anleitung von Modellierungsaktivitäten in Klassen der Mittelstufe vor. Dabei werden sie von ihrem Lehrer, Herrn Springstein, und Peter Stender von der Universität Hamburg unterstützt. Dieses Projekt ist 2017 von der Hamburger Sparkasse mit dem Bildungspreis ausgezeichnet worden. Dies macht deutlich, dass das in allen Projekten realisierte Multiplikatoren-Prinzip bereits auf schulischer Ebene ansetzen kann. Die Involvierung von Lehramtsstudierenden, Lehrkräften und auch älteren Schülerinnen und Schülern ermöglicht eine wertvolle nachhaltige Verankerung von Modellierungsaktivitäten im Kanon schulischer Mathematik. An einzelnen Modellierungstagen ist eine solche Nachhaltigkeit nicht zu erreichen. Die Hamburger Erfahrungen zeigen auch, dass all diese Projekte ohne eine solide Unterstützung und Begleitung seitens der Universität nicht realisierbar sind. Die fachliche Expertise aus der Mathematik und Mathematikdidaktik ist erforderlich, um im Hintergrund eine solide Basis für gelingende Modellierungsaktivitäten zu gewähren. Dies hat sich auch bei Modellierungsseminaren für Lehramtsstudierende an der Universität gezeigt. Durch die gemeinsame Verantwortung von Mathematik und Fachdi-

daktik gelingt eine authentische Realisierung von Modellierungsaktivitäten in diesen Seminaren, welche die Studierenden nachhaltig von der Bedeutung dieser Aktivitäten auch für den schulischen Unterricht überzeugt.

Der Umfang und die Ausrichtung der Hamburger Ansätze sprechen bereits aufgrund der langjährigen positiven Erfahrungen für sich. Zudem sind Ergebnisse einer begleitend durchgeführten Projektforschung vielversprechend. So konnten in einer qualitativen empirischen Studie (Stender, 2016) Interventionsformen von Lehrpersonen identifiziert werden, welche Schülerinnen und Schülern einen hohen Grad an Selbständigkeit bei gelungenen Modellierungsaktivitäten ermöglichte. Auch heuristische Strategien konnten herausgearbeitet werden, welche sich als förderlich bei der Betreuung von Modellierungsaktivitäten erwiesen haben (Stender, 2017). Weitere Untersuchungen in diesem Bereich stellen ein Forschungsdesiderat dar.

## **2. Bremer Forschertage Optimierung**

An der Bremer Universität sind die Forschertage Optimierung seit Ende 2016 der Anfang eines kontinuierlichen Angebots von Modellierungsaktivitäten für Schülerinnen und Schülern. Leistungskurse Mathematik werden von der Arbeitsgruppe Optimierung (Prof. Büskens, Dr. Knaur) an einem Vormittag in der Woche an die Universität eingeladen, um dort Optimierungsprobleme und Ansätze ihrer Lösung kennen zu lernen. So ist etwa bei der Steuerung eines Fahrzeugs, das auf einer bestimmten Bahn fahren soll, die Identifikation von entscheidenden Parametern notwendig. Mit Hilfe eines Lego Mindstorm Fahrzeuges können Schülerinnen und Schüler dies anschaulich erkunden. Auch Optimierungsprobleme mit Nebenbedingungen lassen sich anschaulich untersuchen. Mit Hilfe der Software WORHP, die in der Industrie für Optimierungsprobleme eingesetzt wird, kann ein Ski Problem visualisiert und gelöst werden. Dabei soll der tiefste Punkt eines Tals bestimmt werden, unter der Bedingung dass nur lokale Informationen verfügbar sind. Ein solches Problem mit Nebenbedingungen zu modellieren, gibt Schülerinnen und Schülern Einblicke in die Lösung nichtlinearer Optimierungsprobleme.

Mit dynamischen Modellen zu experimentieren bietet sich ebenfalls mit der Software WORHP an. Um etwa die optimale Bahn eines industriellen Roboters zu bestimmen, damit ein Pendel bei Bewegung nicht in Schwingung gerät. Ein Problem, das manuell unmöglich zu lösen ist. Probleme optimaler Steuerung werden Schülerinnen und Schülern so anschaulich zugänglich. Auch Probleme optimaler Regelung lassen sich anhand von vereinfachten Problemen, etwa eines Hundes, der einen Fluss mit Strömung überqueren will, im Ansatz begreifen. In einem Flugsimulator, der zur Ver-

fügung steht, kann eine Landung auf dem Mond versucht werden, welche durch optimale Regelung tatsächlich gelingen kann. Der spielerische Zugang schafft nicht nur Motivation, sondern mit der entsprechenden fokussierten Begleitung auch einen begrifflichen Zugang, um grundlegende mathematische Ideen optimaler Regelung (feedback control) zu verstehen. Bisher haben diese Begleitung die Projektleiter (Prof. Büskens und Dr. Knaur) sowie Mitarbeiterinnen und Mitarbeiter des Projektes übernommen. In einem nächsten Schritt sollen auch Lehramtsstudierende in diese Begleitung mit einbezogen werden. Zum einen, damit auch sie als zukünftige Lehrkräfte mathematische Anwendungen dieser Art kennen und verstehen lernen. Zum anderen, damit sie bereits Erfahrungen und Ideen sammeln, welche Möglichkeiten der Vermittlung und Auseinandersetzung mit diesen Anwendungen im schulischen Kontext denkbar sind. Wie in Hamburg ist dafür die Kooperation von Mathematik und Mathematikdidaktik wertvoll, die in Bremen bezüglich der Forschertage Optimierung noch am Anfang steht. Da angehende Lehrkräfte in der Regel wenig über Modellierungsprozesse wissen (Greefrath et al., 2013) und zudem Lehramtsstudierende Aufgaben mit niedrigem Modellierungsgehalt bevorzugen (Kuntze & Zöttl, 2008) sind Erfahrungen wie in den Hamburger Modellierungsseminaren für sie notwendig, um auch Schülerinnen und Schüler bei Modellierungsaktivitäten unterstützen zu können. Die Optimierungsaufgaben der Forschertage sind auch für Lehramtsstudierende ein guter Kontext und eine vielversprechende Herausforderung, um anwendungsorientierte Mathematik kennen und verstehen zu lernen. Die Einbindung in die Begleitung der Forschertage bietet für sie zudem die Möglichkeit, mathematikdidaktische Prinzipien und Erkenntnisse bezüglich Modellierungsaktivitäten von Schülerinnen und Schülern und konstruktiven Lehrerinterventionen diesbezüglich konkret zu erproben. Gemeinsam können Mathematik und Mathematikdidaktik hier einen wertvollen Beitrag in der Lehrerbildung leisten.

## Literatur

- Kuntze, S. & Zöttl, L. (2008). Überzeugungen von Lehramtsstudierenden zum Lernpotential von Aufgaben mit Modellierungsgehalt. *mathematica didactica*, 31, 46-71.
- Stender, Peter (2016): Wirkungsvolle Lehrerinterventionsformen bei komplexen Modellierungsaufgaben. Dissertation. Springer Fachmedien Wiesbaden GmbH.
- Stender, Peter (2017): The use of heuristic strategies in modelling activities. In: *ZDM Mathematics Education*, S. 1-12. DOI: 10.1007/s11858-017-0901-5.
- Greefrath, G., Kaiser, G., Blum, W. & Borromeo Ferri R. (2013). Mathematisches Modellieren – Eine Einführung in theoretische und didaktische Hintergründe. In Borromeo Ferri R., Greefrath G., Kaiser G. (Hrsg.), *Mathematisches Modellieren für Schule und Hochschule. Theoretische und didaktische Hintergründe*, S. 11-31. Wiesbaden: Springer Spektrum. doi: 10.1007/978-3-658-01580-0\_1.