

Ergebnisse des Diagnostischen Interviews KIWIS als Basis für die Entwicklung grundlegender Strategievelfalt im Bereich der Arithmetik der Jahrgangsstufen 5/6

Nach Durchführung des Diagnostischen Interviews KIWIS in einer 5. Gymnasialklasse stellte sich die Frage, ob sich mit gezielten Maßnahmen grundlegendes strategisches Können und Wissen im Bereich der Arithmetik erweitern, flexibilisieren und langfristig nutzen ließe. Um diese Frage zu beantworten, wurden gezielte Maßnahmen geplant und durchgeführt. Das Interview wurde zu Beginn der Klasse 6 wiederholt.

Das Interview

Das Diagnostische Interview KIWIS ist eine Übersetzung des „Diagnostic Interview“ aus den Numeracy Professional Development Projects aus Neuseeland (vgl. Ministry of Education, 2008). Zugrunde liegt ein Lernentwicklungsmodell (LEM), dessen Abstufungen anhand evaluierter Indikatoren gewählt sind (vgl. Leufer et al., 2016). Es beginnt mit dem „Zählen (1-1-Prinzip)“ auf Stufe 1 und endet mit „fortgeschrittenen proportionalen Rechenstrategien“ auf Stufe 8.

Globales Lernentwicklungsmodell	
0	Keine verlässliche Strategie beim Zählen
1	Zählen (1-1-Prinzip)
2	Zählen beginnend mit 1 am Material
3	Mentales Zählen beginnend mit 1
4	Fortgeschrittenes Zählen
5	Frühe additive Rechenstrategien
6	Fortgeschrittene additive – frühe multiplikative Rechenstrategien
7	Fortgeschrittene multiplikative – frühe proportionale Rechenstrategien
8	Fortgeschrittene proportionale Rechenstrategien

Abb. 1: Globales LEM der Numeracy Projects

Dieses globale LEM wird spezifiziert in den drei Teilbereichen Addition/Subtraktion, Multiplikation/Division sowie Anteile/Proportionen. Zwischen den Stufen 4 und 5 erfolgt die Ablösung vom zählenden Rechnen. Entsprechend besteht das Interview aus den genannten drei Teilbereichen. Die Fragen liegen den Lernenden schriftlich wie mündlich vor und sind ausschließlich mündlich zu beantworten. Die Aufgaben selbst sind mehrheitlich als Textaufgaben verfasst, viele der Aufgaben sollen nach Möglichkeit mithilfe zweier verschiedener Strategien gelöst werden – u. a. ein Indikator für die Einordnung auf einer „fortgeschrittenen“ Stufe des entsprechenden Bereiches (s. Abbildung 1).

Für diesen Beitrag exemplarisch ausgewählte Interviewfragen sind im Bereich Addition/Subtraktion die „Stoffaufgabe“: „Von 5,3 m Stoff werden

2,89 m verbraucht. Wie viel ist übrig?“, im Bereich Multiplikation die „Brötchenaufgabe“: „Du siehst 6 Körbe, in jedem Korb sind 24 Brötchen. Wie viele Brötchen sind das?“, die „Autoaufgabe“: „Ein Auto hat 4 Räder. Wie viele Autos können mit 72 Rädern gebaut werden?“ und die „Saftaufgabe“: „Ivan hat 2,4 Liter Saft. Wie viele Gläser à 0,15 l können gefüllt werden?“.

Beobachtungen auf Klassenebene

Es wurden 26 Lernende zu Beginn der Klasse 5 und ein Jahr später zu Beginn der Klasse 6 interviewt. Zur besseren Ausdifferenzierung wurden Zwischenstufen eingefügt. Zu Beginn der Klasse 6 zeigten alle Lernenden – teilweise deutliche – Lernzuwächse bezüglich Ihres Umgangs mit Strategien. Folgende Aspekte lassen sich beobachten: Keine „augenscheinlich“ zählenden Rechner mehr; Vergrößerung der Anzahl der fortgeschrittenen Rechner im Bereich Addition/Subtraktion von 7 auf 22, im Bereich Multiplikation/Division von 2 auf 14; deutliche Verschiebungen der Niveaugruppen im Bereich Anteile/Proportionen. Besonders auffällig ist: Bei der Stoffaufgabe stieg die Anzahl der Lernenden mit mindestens einer adäquaten Strategie von 7 auf 21, bei der Saftaufgabe von 4 auf 17. Zu diesem Zeitpunkt waren die entsprechenden Rechenverfahren mit Dezimalzahlen noch nicht explizit eingeführt. Bei der Saftaufgabe gab es die insgesamt größte Strategievelfalt, dabei wurde die Faktorzerlegung 5mal gewählt, Aufrunden mit Ausgleich sowie gleichsinniges Verändern jeweils viermal.

Im Bereich des Multiplizierens/Dividierens hat sich die Anzahl der Kinder, die die Autoaufgabe nicht im Kopf lösen konnten, von 8 auf 4 verringert, die Anzahl derer mit zwei unterschiedlichen adäquaten Strategie-

gien hat sich von 8 auf 21 erhöht. Der für die Multiplikation unökonomische Rückgriff auf die Addition hat sich deutlich verringert (z. B. die Brötchenaufgabe als $2 \cdot 24 = 48, 48 + 48 + 48$). Distributivgesetz sowie „Aufrunden

Stufe	Anzahl Lernende pro Bereich					
	A/S		M/D		A/P	
	5	6	5	6	5	6
≤ 3					16	1
3,5			1		0	0
4	1		0		5	1
4,5	2		6		0	0
5	9		1	1	2	11
5,5	7	4	1	2	0	0
6	6	9	12	1	2	7
6,5	1	10	3	8	0	0
7		3	2	9	1	2
7,5				3		1
8				2		3

Abb. 2: Einstufungen der Lernenden in Klasse 5 und Klasse 6

Bei der Stoffaufgabe stieg die Anzahl der Lernenden mit mindestens einer adäquaten Strategie von 7 auf 21, bei der Saftaufgabe von 4 auf 17. Zu diesem Zeitpunkt waren die entsprechenden Rechenverfahren mit Dezimalzahlen noch nicht explizit eingeführt. Bei der Saftaufgabe gab es die insgesamt größte Strategievelfalt, dabei wurde die Faktorzerlegung 5mal gewählt, Aufrunden mit Ausgleich sowie gleichsinniges Verändern jeweils viermal.

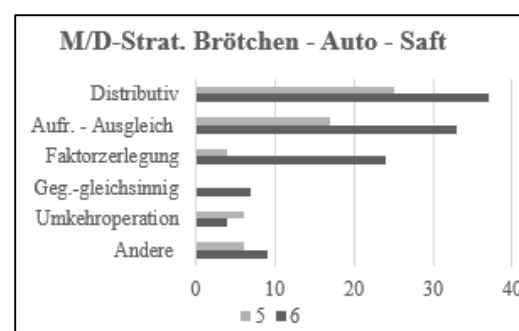


Abb. 3: Anzahl beobachteter Strategien

mit Ausgleich“ wurden in Klasse 6 gegenüber Klasse 5 verstärkt genutzt (s. Beispiel Zara). Hinzugekommen sind Strategien der Faktorzerlegung und des gegen- bzw. gleichsinnigen Veränderns (s. Kasten 1), so wurde z. B. die Autoaufgabe mehrfach gelöst durch $72 : 8 = 9$, $2 \cdot 9 = 18$.

Individuelle Entwicklungen

Individuell zeigen die Lernenden sehr unterschiedliche Präferenzen. Es lassen sich insgesamt drei Tendenzen ausmachen: Lernende, die sich hin orientieren auf eher „reguläre“ Verfahren wie das Distributivgesetz und Alternativen nur in Einzelfällen nutzen, Lernende, die umgekehrt „weg vom „Regulären“ Präferenzen für wenige alternative – i. d. R. vorteilhafte – Strategien entwickeln und solche, die ein breites Spektrum nutzen. Letztgenannte Gruppe lässt sich noch einmal unterteilen in diejenigen, die Strategieviefalt zielgerichtet und vorteilhaft nutzen und solche, die eher „probierend“ und häufiger auch unzweckmäßig vorgehen, weil ihnen scheinbar noch anderweitige Grundlagen fehlen.

Ein Beispiel für einen überdurchschnittlichen Anstieg der Niveaustufe im Bereich Multiplikation/Division ist Zara, eine eher leistungsschwächere Lernende. Zu Beginn der Klasse 5 hat sie im Bereich der Multiplikation/Division kaum tragfähige Strategien an der Hand. Sie löst z. B. die Aufgabe $3 \cdot 20$ durch fortlaufende Addition, das Ergebnis der Aufgabe $3 \cdot 18$ kann sie nicht daraus ableiten und die Brötchenaufgabe löst sie – mithilfe des Distributivgesetzes – aufgrund fehlender Kenntnisse des kleinen Einmaleins fehlerhaft. Ein Jahr später zeigt sie bei nicht automatisierten Einmaleins-Aufgaben immer noch schrittweises Addieren (z. B. $5 \cdot 8$ als 30, 35, 40), andererseits kann sie nun das Ergebnis von $3 \cdot 18$ aus dem Ergebnis von $3 \cdot 20$ begründet ableiten. Sie zeigt insgesamt drei unterschiedliche Strategien und löst Brötchen- und Autoaufgabe mit jeweils zwei ökonomischen Strategien (Distributivgesetz: $6 \cdot 24 = 6 \cdot 20 + 6 \cdot 4$; Faktorzerlegung: $6 \cdot 24 = (6 \cdot 12) \cdot 2$ und $72:4 = (36:4) \cdot 2$ sowie „Aufrunden mit Ausgleich“: $72:4 = 80:4 - 8:4$).

Maßnahmen im Unterricht

Strategien wurden gezielt – häufig mit Wahlmöglichkeiten – eingeführt, um dem jeweiligen Lernentwicklungsstand gerecht zu werden. Die Lernerwartungen wurden per Aufgabenstellung bzw. per Selbsteinschätzungsbögen transparent gemacht: Wann immer möglich, wurde auf in der Klasse gezeigte Strategien zurückgegriffen, nicht gezeigte Strategien wie das gegensinnige Verändern oder das Nutzen der Faktorzerlegung wurden „von außen“ beige-steuert (s. Abb. 4). Um entsprechende tragfähige mentale Vorstellungen zu befördern, wurden u. a. vielfältige Aufgabenstellungen eingesetzt, denen die Grundsätze Schippers bezüglich der Handlungsorientierung zugrunde lagen.

Sachkontexte, Material, Handlung und angestrebte Strategie wurden in Bezug auf die Strukturen aufeinander abgestimmt, das „In – Beziehung – Setzen“ und Reflektieren von den Lernenden eingefordert (Schipper, 2009). Weitere Aspekte werden hier aus Platzgründen nicht näher aufgeführt. Eine Grundstruktur typischer Aufgabenformate findet sich in Abb. 4.

- Hier seht ihr, wie Tim, Lena und Ömer die Aufgabe ... gelöst haben. Wie hättet ihr gerechnet?
- Veranschaulicht Aufgabe und Strategien mit dem Material nach, erklärt euch gegenseitig wie und warum die Strategien funktionieren.
- Wähle **mindestens eine** für Dich neue Strategie aus und löse damit einige Aufgaben aus dem Kasten. Erkläre deine Lösungswege mithilfe des Materials.
- Welche der Aufgaben konntest du besonders gut mit dieser Strategie lösen, welche weniger gut? Woran lag das?
- Schreibe einen kleinen Lernbericht. Veranschauliche dabei auch, was du heute Neues gelernt hast.

zug auf die Strukturen aufeinander abgestimmt, das „In – Beziehung – Setzen“ und Reflektieren von den Lernenden eingefordert (Schipper, 2009). Weitere Aspekte werden hier aus Platzgründen nicht näher aufgeführt. Eine Grundstruktur typischer Aufgabenformate findet sich in Abb. 4.

Fazit

Abb. 4: Exemplarisch ausgewählte Grundstruktur

Die Fragestellungen aus dem diagnostischen Interview eignen sich sehr gut, um individuelle Denkprozesse abzubilden. Dazu analoge Fragestellungen lassen sich leicht in den Unterrichtsalltag integrieren und sind geeignet, um eine Vielzahl bereits vorhandener grundlegender wie anknüpfungsfähiger Strategien für alle sichtbar und für die (Weiter-)entwicklung nutzbar zu machen. Allerdings benötigen zählende Rechner tieferegehende Unterstützung und: „Die bloße Beherrschung der verschiedenen Verfahren macht Kinder noch nicht zu flexiblen Rechnern.“ (Schipper 2009, S. 130). Auch Strategien lassen sich wie Algorithmen „auswendig“ lernen, hier gilt es gegenzusteuern. Strategieviefalt zeigt sich als nützlich im Lehrprozess, Fortsetzbarkeit und Universalität der fortgeschrittenen Strategien schaffen erweiterte Möglichkeiten an Zugängen zu neuen Inhalten (Spiralprinzip) sowie steigende Bereitschaft der Lernenden, sich auf Fragestellungen einzulassen, für deren Berechnung es noch kein „Rezept“ gibt. Der Rückgriff auf die bekannten Strategien in neuen Kontexten wurde umso selbstverständlicher, je häufiger sie in unterschiedlichen Kontexten als hilfreich erlebt wurden.

Literatur

Leufer, N., Link, F., Cramer, J., Katzenbach, M. (2016). *Diagnostisches Interview KIWIS – Ein Arithmetik-Interview zu Wissen und Strategien*. Bocholt: Friedrich Verlag.

Ministry of Education (2008). *Numeracy Professional Development Projects Book 2. The Diagnostic Interview*. Wellington, New Zealand. Online verfügbar unter <https://nzmaths.co.nz/sites/default/files/Numeracy/2008numPDFs/NumBk2.pdf> (28. 02. 2018)

Schipper, W. (2009). *Handbuch für den Mathematikunterricht an Grundschulen*. Braunschweig: Westermann-Gruppe.