

## **Blickbewegungen von Schülerinnen und Schülern sowie Studierenden beim Lösen von Aufgaben mit und ohne zusätzliche Informationen**

### **Theoretischer Hintergrund**

In der aktuellen mathematikdidaktischen Forschung zur Schwierigkeit von Mathematikaufgaben wird häufig die Komplexität einer Aufgabe mithilfe von vordefinierten Kategoriensystemen eingeschätzt. Meist werden dabei die Prozesse bei der Aufnahme und Verarbeitung relevanter Informationen – also das Lesen einer Aufgabe und die dabei verwendeten Strategien mit äußeren Merkmalen der Aufgabe in Verbindung gebracht. Die von unterschiedlichen Forschungsgruppen verwendeten Kategorien überschneiden sich teilweise (z. B. Cohors-Fresenborg et al., 2004; Neubrand et al., 2002). Man findet dabei einerseits Kriterien, die sich auf den Inhalt einer Aufgabe beziehen, etwa den Themenbereich einer Aufgabe oder typische Fehlvorstellungen und andererseits findet man Merkmale, die vom konkreten Inhalt einer Aufgabe unabhängig sind, etwa die Zahl der Denkschritte, die zur Lösung einer Aufgabe notwendig ist, oder die Komplexität der Sprache, die in einer Aufgabenstellung verwendet wird. Die vorliegenden Forschungsarbeiten konzentrierten sich bisher überwiegend auf Aufgaben für die Sekundarstufe I, während nur wenige Studien die Schwierigkeit von Mathematikaufgaben für die Sekundarstufe II oder im universitären Kontext thematisieren.

Die Komplexität von Aufgaben für die Sekundarstufe II oder im universitären Kontext ist nur schwer vorherzusagen. Das ist vor allem darauf zurückzuführen, dass in einer spezifischen Aufgabe Wissen aus sehr unterschiedlichen Themenbereichen wichtig sein kann (z. B. Lehner, i. Vorb.). Vor diesem Hintergrund ist es von besonderer Bedeutung, Merkmale zu beschreiben, die das Lesen und Lösen von Mathematikaufgaben für die Sekundarstufe II oder im universitären Kontext beeinflussen können.

Folgt man der *cognitive load theory* von Sweller (1994), sind Zusatzinformationen in einer Aufgabenstellung ein Aspekt, der die Prozesse beim Lesen und Lösen von Mathematikaufgaben für Studienanfängerinnen und Studienanfänger beeinflussen kann. Die Theorie basiert auf der weitgehend akzeptierten Annahme, dass die Kapazität des Arbeitsgedächtnisses beschränkt ist. Sweller (1994) beschreibt, dass die Belastung für das Arbeitsgedächtnis beim Lösen eines Problems zum einen durch die inhaltliche Komplexität eines Problems entsteht (*intrinsic cognitive load*), zum ande-

ren durch die Art und Weise, wie ein Problem präsentiert wird (*extraneous cognitive load*). Insbesondere umfasst *extraneous cognitive load* Informationen, die in einer Aufgabenstellung zwar vorgegeben, aber zur Lösung einer Aufgabe nicht erforderlich sind. Die *cognitive load theory* legt nahe, dass sich diese Informationen auf den Lese- und Löseprozess von Mathematikaufgaben für angehende Studierende auswirken können. Unklar ist jedoch, *wie* sich Zusatzinformationen auf den Lese- und Löseprozess von Mathematikaufgaben auswirken.

### **Analyse von Blickbewegungen**

Um Lese- und Löseprozesse näher zu untersuchen, wurden in den letzten Jahren in der mathematikdidaktischen Forschung wiederholt Blickbewegungen ausgewertet. Aus diesem Grund wurden in der vorliegenden Studie Blickbewegungen analysiert, um zu untersuchen, *wie* sich Zusatzinformationen auf den Lese- und Löseprozess von Mathematikaufgaben auswirken.

Bei der Analyse von Blickbewegungen wird genutzt, dass es für die detaillierte Wahrnehmung der Umgebung notwendig ist, das Auge nacheinander auf alle zu verarbeitenden Informationen zu richten (z. B. Holmqvist et al., 2011). Man bezeichnet die Phasen, bei denen ein bestimmter Punkt der Umgebung anvisiert wird, als Fixationen. Fixationen wiederum werden verbunden von Sakkaden, die viel kürzer sind und während denen keine Informationen aufgenommen werden (z. B. Holmqvist et al., 2011). Untersuchungen von Blickbewegungen basieren auf zwei Paradigmen, die von Just und Carpenter (1980) formuliert wurden. Bei der *immediacy assumption* wird angenommen, dass die Verarbeitung von Informationen unmittelbar nach der visuellen Aufnahme erfolgt. Die *eye mind assumption* besagt, dass Objekte nur so lange im visuellen Fokus liegen, wie Interesse besteht oder sie kognitiv ausgewertet werden.

In mehreren Erhebungen wurde nachgewiesen, dass das Vorwissen von Personen Blickbewegungen beim Lesen von mathematischen Texten oder beim Lösen von Aufgaben beeinflussen kann. Beispielsweise zeigten Inglis und Alcock (2012), dass Expertinnen und Experten mathematische Beweise anders lesen als Novizinnen und Novizen. Vor diesem Hintergrund stellt sich die Frage, ob zusätzliche Informationen Auswirkungen auf den Lösungsprozess haben.

### **Forschungsfrage und Methode**

Unsere Studie zielt auf die Frage, wie sich Zusatzinformationen auf den Lese- und Löseprozess von Mathematikaufgaben auswirken. Zusätzlich

soll untersucht werden, ob es dabei Expertinnen und Experten Unterschiede zu Novizinnen und Novizen zeigen.

Um die Frage zu beantworten, wurden jeweils drei Items mit und ohne Zusatzinformation erarbeitet. In den Items sollte jeweils entschieden werden, ob ein vorgegebener Ableitungsterm zu einer Funktion passt, die in einem Funktionsgraphen skizziert war. Zur Lösung der Aufgabe konnten die Nullstellen des Ableitungsterms mit den Extremstellen des Graphen verglichen werden. In den Aufgabenvarianten mit Zusatzinformation wurde zusätzlich der Funktionsterm in Form eines Polynoms angegeben. Dadurch war es alternativ möglich, diesen zu differenzieren, das Ergebnis zu faktorisieren und mit der vorgegeben Ableitung zu vergleichen. Das ist eine korrekte Lösungsalternative, die mehr Rechenoperationen erfordert.

An unserer Studie nahmen 23 Schülerinnen und Schüler der Sekundarstufe II sowie 17 Mathematikstudierende teil. Die Schülerinnen und Schüler hatten im Unterricht das Thema Ableiten und Integrieren bereits diskutiert, die Studierenden hatten das Thema Ableiten im Studium bereits im Rahmen einer Analysis-Vorlesung behandelt. Bei der Datenerfassung wurden den Personen die sechs Items auf einem Bildschirm gezeigt. Während sie diese lösten, wurden ihre Blickbewegungen aufgezeichnet.

## **Ergebnisse**

Die Studierenden benötigten im Mittel 14,43 Sekunden, um die Items ohne Zusatzinformationen zu lösen. In den Items mit Zusatzinformation nur 11,75 Sekunden. Die Studierenden lösten die Aufgaben mit Zusatzinformation signifikant schneller (Wilcoxon-Mann-Whitney-Test,  $Z = 3,48$ ,  $p < ,001$ ). Es liegt ein mittlerer Effekt vor (Cohens's  $d = 0,78$ ). Hingegen benötigten die Schülerinnen und Schüler im Mittel  $M = 24,13$  Sekunden, um die Aufgaben ohne Zusatzinformation zu lösen. Bei den Items mit Zusatzinformation benötigten sie im Mittel sogar  $M = 30,70$  Sekunden. Die Lösung der Items mit offenem Anfangszustand nahm also bei den Schülerinnen und Schülern signifikant mehr Zeit ein als die Lösung der Aufgaben mit geschlossenem Anfangszustand (Wilcoxon-Mann-Whitney-Test,  $Z = 3,30$ ,  $p < ,001$ ). Der Effekt ist groß (Cohen's  $d = 1,00$ ).

Weiter zeigte sich in den Daten, dass die Personen aus beiden Stichproben den Funktionsterm als Zusatzinformation fixierten. Bei den Schülerinnen und Schülern (3,53 Sekunden) ist die mittlere Fixationszeit auf der Zusatzinformation deutlich höher als bei den Studierenden (0,52 Sekunden).

Ferner zeigte sich in den Blickbewegungsdaten, dass die Schülerinnen und Schüler den Graphen deutlich länger fixieren als den Ableitungsterm. Dieser Unterschied ist in beiden Itemtypen signifikant und die Effekte sind

groß (ohne Zusatzinformation: Wilcoxon-Mann-Whitney-Test,  $Z = 5,17$ ,  $p < ,001$ , Cohen's  $d = 0,84$ ; mit Zusatzinformation: Wilcoxon-Mann-Whitney-Test,  $Z = 1,21$ ,  $p < ,001$ , Cohen's  $d = 1,21$ ). Die Studierenden hingegen fixierten den Ableitungsterm und den Funktionsgraphen unabhängig von der Zusatzinformation etwa gleich lang. Bei den Studierenden zeigte sich weder in den Aufgaben mit Zusatzinformation noch bei den Items ohne Zusatzinformation ein signifikanter Unterschied.

## Diskussion und Ausblick

In den Ergebnissen spiegeln sich Unterschiede zwischen den Schülerinnen und Schülern und den Studierenden wider. Während die Studierenden die Aufgaben schneller lösen und die Zusatzinformationen kaum fixieren, treten bei den Schülerinnen und Schülern höhere Fixationszeiten bei den Zusatzinformationen auf. Das kann auf das unterschiedliche Vorwissen der beiden Stichproben zurückzuführen sein.

Zusätzlich fällt in den Daten auf, dass die Schülerinnen und Schüler den Funktionsgraphen deutlich länger fixieren als den Ableitungsterm. Bei den Studierenden sind die Fixationszeiten etwa gleich lang. Das kann ein Hinweis darauf sein, dass die Schülerinnen und Schüler beim Lösen der Aufgaben Schwierigkeiten mit der graphischen Repräsentation oder dem Repräsentationswechsel hatten.

## Literatur

- Cohors-Fresenborg, E., Sjuts, J. & Sommer, N. (2004). Komplexität von Denkvorgängen und Formalisierung von Wissen. In M. Neubrand (Hrsg.), *Mathematische Kompetenzen von Schülerinnen und Schülern in Deutschland. Vertiefende Analysen im Rahmen von PISA 2000*. (S. 109–144). Wiesbaden: Springer VS.
- Holmqvist, K., Nyström, M., Andersson, R., Dewhurst, R., Jarodzka, H. & van de Weijer, J. (2011). *Eye Tracking. A comprehensive guide to methods and measures*. Oxford: Oxford University Press.
- Inglis, M. & Alcock, L. (2012). Expert and Novice Approaches to Reading Mathematical Proofs. *Journal for Research in Mathematics Education* 43(4), 358–390.
- Just, M. A. & Carpenter, P. A. (1980). A theory of reading: From eye fixations to comprehension. *Psychological Review*, 87 (4), 329–354.
- Lehner, M. (i. Vorb.) *Mathematikaufgaben für Leistungserhebungen im universitären Kontext. Grundlegung und empirische Untersuchung von Aufgabenschwierigkeit und individuellen Lösungsprozessen*. (Disseration, Technische Universität München).
- Neubrand, M., Klieme, E., Lüdtke, O. & Neubrand, J. (2002). Kompetenzstufen und Schwierigkeitsmodelle für den PISA-Test zur mathematischen Grundbildung. *Unterrichtswissenschaft*, 30(2), 100–119.
- Sweller, J. (1994). Cognitive load theory, learning difficulty and instructional design. *Learning and Instruction*, 4, 295–312.