

Antonia LEMENSIEK, Leipzig

## **Grundlegung des Bruchzahlbegriffs: Fallstudienanalyse zur Zahlbegriffsentwicklung von der Vorschule bis zur Sekundarstufe I**

Ziel dieses Projektes ist die Darstellung des Zusammenhangs zwischen den spezifischen Vorläuferfähigkeiten im numerischen Bereich zu Beginn der Grundschulzeit und den Vorstellungen bezüglich des Bruchzahlkonzeptes. Erste qualitative Analysen legen offen, dass fehlendes Zahlenwissen, Defizite im Ordnen von Reihenfolgen und Schwierigkeiten mit der Multiplikation und Division sich als mögliche Indikatoren für Fehlvorstellungen im Bereich der Bruchzahlvorstellungen erweisen.

### **Theoretische Grundlagen**

Zu wichtigen Bausteinen der Zahlbegriffsentwicklung gehören die von Piaget (1972) benannten pränumerischen Aktivitäten und von Krajewski & Schneider (2006) erforschten spezifischen numerischen Vorkenntnisse (Zahlenwissen oder „number sense“) inklusive der Zählkompetenz.

Relevante Aspekte für Bruchzahlvorstellungen, die für dieses Projekt bedeutsam sind, sind die Aspekte „Teil vom Ganzen“, „Maßzahlaspekt“, „Operatoraspekt“ und „Verhältnisaspekt“.

### **Studiendesign**

Die Datenerhebung begann im Frühsommer 2012 mit 191 Kindergartenkindern in ihren letzten Wochen vor dem Schuleintritt. Mit Hilfe des OTZ (Osnaabrücker Test zur Zahlbegriffsentwicklung; Luit, van de Rijt & Hasemann, 2001) wurden die frühen Zahlbegriffsvorstellungen erfasst. In einem weiteren Test wurden 111 dieser Kinder vier Jahre später bezüglich ihrer Rechenfähigkeiten und räumlich-visuellen Fähigkeiten mit dem HRT 1-4 (Heidelberger Rechentest 1-4; Haffner 2005) getestet. 23 dieser Schülerinnen und Schüler nahmen an einem Interview zum Thema Bruchzahlen in der Anfangsphase der fünften Jahrgangsstufe teil bevor die schulische Unterweisung der positiv rationalen Zahlen begonnen hatte.

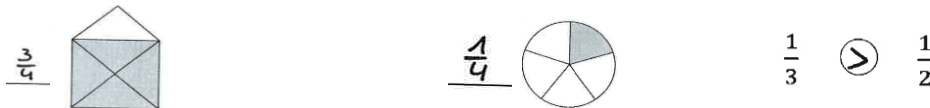
Der Interviewleitfaden hatte seine Schwerpunkte in Maßzahl-, Verhältnis- und Anteilsaspekten der Brüche. Aus diesem Datensatz werden 23 Einzelfallstudien in einem längsschnittlichen Design generiert. Vergleichbare längsschnittliche Betrachtungen liegen bislang nicht vor, zumal sich Studien zur Entwicklung der Bruchzahlvorstellungen vornehmlich auf die Zeit kurz vor und nach der Einführung der Bruchrechnung beschränken.

Folgende Haupthypothese wird untersucht:

- Es können eindeutige Vorläuferfähigkeiten im Bereich der Zahlbegriffsentwicklung (Kindergartenalter) und den arithmetischen Fähigkeiten (hohes Grundschulalter) ausgemacht werden, die für einen tragfähigen Aufbau von Bruchzahlvorstellungen relevant sind.

### Erste Ergebnisse

Ähnlich wie Padberg 2002 und Wartha 2007 bereits belegen konnten, können Schülerinnen und Schüler zu Beginn der 5. Jahrgangsstufe die Bruchzahlen lesen, aber bis auf die Stammbrüche  $\frac{1}{2}$  und  $\frac{1}{4}$  haben die Schülerinnen und Schüler kaum Kenntnisse zu Brüchen, v.a. fehlt der Zusammenhang der Brüche zu den bildlichen Darstellungen wie folgende Ergebnisse aus dem Interview einer schwachen Schülerin zeigen.



Bei der Betrachtung der Vorläuferfähigkeiten dieser schwachen Schülerinnen und Schüler zeigen sich bei noch nicht vollständiger Auswertung Defizite in folgenden Bereichen. Im Rahmen der Zahlbegriffsentwicklung zeigten die Kinder Fehler bei der 1-zu-1 Zuordnung, bei der Fähigkeit Reihenfolgen zu ordnen und im Zahlenwissen. In den Rechenfertigkeiten zeigten sich Mankos bei der Multiplikation und Division. Ebenso konnten bei den mit erfassten räumlich-visuellen Fähigkeiten Probleme festgestellt werden.

### Literatur

- Haffner, J., unter Mitarb. von C. Langner. (2005). HRT 1-4 : Heidelberger Rechentest ; Erfassung mathematischer Basiskompetenzen im Grundschulalter ; Manual. Göttingen: Hogrefe.
- Krajewski, K., & Schneider, W. (2006). Mathematische Vorläuferfähigkeiten im Vorschulalter und ihre Vorhersagekraft für die Mathematikleistungen bis zum Ende der Grundschulzeit. *Psychologie in Erziehung und Unterricht*, 53. Jahrgang (4. Quartal), 246–262.
- Luit, J. E. H. (2001). Osnabrücker Test zur Zahlbegriffsentwicklung : OTZ ; Manual / J. E. H. van Luit, B. A. M. van de Rijt & K. Hasemann. Göttingen: Hogrefe.
- Padberg, F. (2002). Anschauliche Vorerfahrungen zum Bruchzahlbegriff zu Beginn der Klasse 6. *Praxis der Mathematik in der Schule*, 44, 112–117.
- Wartha, S. (2007). Längsschnittliche Untersuchungen zur Entwicklung des Bruchzahlbegriffs. Hildesheim & Berlin: Franzbecker.