

## **Gemeinsamkeiten und Differenzen in den Konzeptionen von PISA und den Schweizer Bildungsstandards im Fach Mathematik**

Trotz einiger Gemeinsamkeiten unterscheidet sich die Konzeption der PISA-Studien von der der Schweizer Bildungsstandards Mathematik („HarmoS Mathematik“) hinsichtlich der Ziele, der Kompetenzmodelle und der Item-/Testentwicklung.

### **1. Ziele von PISA und HarmoS**

“The aim of the OECD/PISA study is to develop indicators that show how effectively countries have prepared their 15-years-olds to become active, reflective and intelligent citizens from the perspective of their uses of mathematics.” (OECD 2003, S. 55). Diese doppelte Leistungserwartung an die Länder einerseits und die Schülerinnen und Schüler andererseits ist auch für HarmoS bestimmend: „Die mathematischen Grundkompetenzen (als Leistungserwartungen an die Schülerinnen und Schüler) legen fest, welche Kompetenzen praktisch alle Schülerinnen und Schüler auf welchem Niveau am Ende der entsprechenden Jahrgangsstufe erreicht haben sollen. Mathematische Grundkompetenzen formulieren somit Erwartungen an die Schülerinnen und Schüler, implizieren damit aber auch Ansprüche der Schülerinnen und Schüler an das Bildungssystem und die Gesellschaft.” (EDK 2011, S. 6). „Mathematical Literacy“ im Sinne der PISA-Studien und die „Grundkompetenzen für die Mathematik“ im Sinne des HarmoS-Projekts werden nicht als „Low-level skills“ (OECD 2013, S. 24) verstanden, sondern als wichtige Grundlage für die Partizipation am privaten, gesellschaftlichen, (politischen) und beruflichen Leben eines „constructive, engaged and reflective citizen“ (ebd. S. 23). Die Benennung, aber auch die Unterscheidung verschiedener Sphären der Partizipation (bzw. der Kontexte, in denen Mathematik relevant ist), variiert in den PISA-Frameworks. Mit Blick auf Schülerinnen und Schüler, die eine Hochschule besuchen werden, werden neben den Kontexten „personal“, „societal“, „occupational“ noch wissenschaftliche („scientific“) Kontexte unterschieden. Ferner werden die gesellschaftlichen („societal“) Kontexte noch einmal in „local“, „national“ und „global“ unterschieden, so dass der für die Schweiz, als direkte Demokratie, wichtige Kontext des Politischen den Bereichen „local“ und „national“ zuzuordnen wäre.

Trotz der Übereinstimmung auf abstrakter Ebene, differieren die Ziele von PISA und HarmoS auf konkreterer Ebene: PISA hat zum Ziel, den Mit-

gliedstaaten zurückzumelden, wie gut sie ihre Schülerinnen und Schüler auf das zukünftige Leben vorbereiten. Sie misst dazu alle Staaten auf derselben Skala und nimmt insoweit nicht in den Blick, welche besonderen Bedingungen erfüllt sein müssen, damit eine Partizipation *in einem bestimmten Staat* gelingen kann. Mit Blick auf die Herausforderungen einer direkten Demokratie und einer hochentwickelten Wissens- und Kommunikationsgesellschaft in der Schweiz stellt HarmoS zum Teil andere und höhere Anforderungen, die in Bildungsstandards inhaltlich festzuhalten sind.

## 2. Kompetenzmodelle und Bildungsstandards

Im HarmoS-Kompetenzmodell Mathematik (EDK 2011) werden für die Jahrgangsstufen 4, 8 und 11 mathematische Kompetenzen auf einer mittleren Abstraktionsebene explizit beschrieben und in eine systematische Ordnung gebracht, indem jeweils 5 Kompetenzbereiche und 8 Kompetenzaspekte (siehe Abb. 1) in Form einer Matrix aufeinander bezogen wurden. Dies führt bei der Jahrgangsstufe 11 (die der von PISA avisierten Altersstufe der 15 Jährigen am ehesten entspricht) zu 40 Kompetenzbeschreibungen, in den beiden anderen Jahrgangsstufen, bei denen nicht alle 5 Kompetenzbereiche relevant sind, zu 32 resp. 16 Beschreibungen.

PISA 2012	HarmoS
process categories	Kompetenzaspekte
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Formulating</li> <li>• Employing</li> <li>• Interpreting</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Wissen, Erkennen und Beschreiben</li> <li>• Operieren und Berechnen</li> <li>• Verwenden von Instrumenten und Werkzeugen</li> <li>• Darstellen und Kommunizieren</li> <li>• Mathematisieren und Modellieren</li> <li>• Argumentieren und Begründen</li> <li>• Interpretieren und Reflektieren der Resultate</li> <li>• Erforschen und Explorieren</li> </ul>
content categories	Kompetenzbereiche
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Change and relationships</li> <li>• Space and shape</li> <li>• Quantity</li> <li>• Uncertainty and data</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Zahl und Variable</li> <li>• Form und Raum</li> <li>• Grössen und Masse</li> <li>• Funktionale Zusammenhänge</li> <li>• Daten und Zufall</li> </ul>
context categories	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Personal</li> <li>• Occupational</li> <li>• Societal</li> <li>• Scientific</li> </ul>	

**Abb. 1:** Handlungs-, inhalts- und kontextbezogene Kategorien bei PISA 2012 und HarmoS

Die Kompetenzbeschreibungen auf mittlerer Abstraktionsebene legen noch kein *Kompetenzniveau* fest, sie beschreiben nur inhaltlich, welche (Teil-)

Kompetenzen in einem bestimmten Kompetenzaspekt (z.B. Darstellen und Kommunizieren) mit Bezug auf einen bestimmten Kompetenzbereich (z.B. Form und Raum) am Ende der Jahrgangsstufe 4, 8 bzw. 11 erwartet werden. Die *HarmoS-Bildungsstandards* basieren auf diesen Kompetenzbeschreibungen und interpretieren diese als Beschreibungen von Grundkompetenzen, d.h. auf einem niedrigen Kompetenzniveau, welches aber gleichwohl eine befriedigende Partizipation am privaten, gesellschaftlichen, politischen und beruflichen Leben der Schweiz ermöglicht.

Zwar gibt es bei PISA 2012 in den „content categories“ eine gewisse Entsprechung zu den HarmoS-Kompetenzbereichen und es findet sich dort auch eine Aufzählung von „Seven fundamental mathematical capabilities“<sup>1</sup>, deren Bezeichnungen eine Ähnlichkeit zu denen der HarmoS-Kompetenzaspekte aufweisen. Doch deutet bereits die unterschiedliche Anzahl darauf hin, dass die Kategorien nicht deckungsgleich sind. Hinzu kommt, dass die Kategorien der „Seven fundamental mathematical capabilities“, deren Anzahl und Bezeichnungen zudem über die Jahre variieren, für das Kompetenzmodell von PISA nur eine untergeordnete Rolle spielen. Das eigentliche Pendant der HarmoS-Kompetenzaspekte sind die „process categories“, die dem Modellierungskreislauf entnommen sind. Sie bilden zusammen mit den „context categories“, die im HarmoS-Modell fehlen, den eigentlichen Kern des PISA-Modells ab 2012. Tatsächlich unterscheidet sich die Definition der „mathematical literacy“ von 2012 von der von 2003: „Mathematical literacy“ wird nun explicit als „capacity to formulate, employ, and interpret mathematics in a variety of contexts“ (OECD 2013, S. 25 Hervorhebungen von mir) verstanden.

Das *PISA-Kompetenzmodell* unterscheidet sich vom HarmoS-Modell des Weiteren dadurch, dass es *keine* explizite inhaltliche Beschreibung der erwarteten Kompetenzen *ex ante*, sondern nur *ex post*, enthält, indem nach Auswertung des Tests Kompetenzstufen festgelegt und inhaltlich interpretiert werden (siehe z. B. ebd. S. 41).

### 3. Item- und Testentwicklung

Im PISA-Test 2012 geht es – wie bei allen vorgängigen Pisa-Tests in Mathematik – primär um die Messung eines *einzigsten Konstrukts*: der „mathematical literacy“. Dazu wurden Items entwickelt, die jeweils einem bestimmten Kontext, einem Inhaltsbereich und einem von drei Prozessen zu-

---

<sup>1</sup> „Communicating, Mathematising, Representation, Reasoning and argument, Devising strategies for solving problems, Using symbolic, formal and technical language and operations, Using mathematical tools“ (vgl. OECD 2013, S. 32).

geordnet werden können. Um Einseitigkeiten zu vermeiden, wurde bei der Testerstellung darauf geachtet, dass alle Subdimensionen (mit Ausnahme der Prozesskategorie „employing“) in gleicher Weise und mit der gleichen (möglichst weiten) Spannweite von Schwierigkeitsniveaus durch Items abgedeckt sind. Ist Mathematik Hauptthema eines PISA-Tests können sekundär zusätzlich zur globalen Skala der „mathematical literacy“ Subskalen erstellt und Aussagen über einzelne Subdimensionen gemacht werden, ist Mathematik nur Nebenthema, so ist das nur bedingt möglich.

Im Gegensatz dazu fokussiert das HarmoS-Konzept von vorneherein auf eine Pluralität von Grundkompetenzen. Um eine echte Harmonisierung mathematischer Bildung über Sprach- und Kantonsgrenzen zu erreichen, sollten in einem Test Defizite in einem Teilbereich oder Teilaspekt mathematischer Bildung nicht durch gute Leistungen in einem anderen Teilbereich oder Teilaspekt unsichtbar werden (und umgekehrt). Genau dies ist aber bei einer globalen Skala nicht ausgeschlossen. Aus diesem Grund wurde für HarmoS ein differenziertes System mathematischer Grundkompetenzen und entsprechender Beschreibungen entwickelt und der Itementwicklung zugrunde gelegt. Dabei wurde versucht, die Items möglichst genau auf die entsprechende Kompetenzbeschreibung des Matrixfelds auszurichten, d.h. es wurde versucht, Items zu entwickeln, zu deren Lösung möglichst wenig andere Kompetenzen nötig sind.

## Literatur

- EDK (Schweizerische Konferenz der Erziehungsdirektoren) (2011): Grundkompetenzen für die Mathematik. Nationale Bildungsstandards.  
[http://edudoc.ch/record/96784/files/grundkomp\\_math\\_d.pdf](http://edudoc.ch/record/96784/files/grundkomp_math_d.pdf)
- Konsortium Mathematik (2009): HarmoS Mathematik. Wissenschaftlicher Kurzbericht und Kompetenzmodell.  
[http://www.edudoc.ch/static/web/arbeiten/harmos/math\\_kurzbericht\\_2009\\_d.pdf](http://www.edudoc.ch/static/web/arbeiten/harmos/math_kurzbericht_2009_d.pdf)
- Linneweber-Lammerskitten, Helmut/Beat Wälti (2005): Is the definition of mathematics as used in the PISA Assessment Framework applicable to the HarmoS Project? Zentralblatt für Didaktik der Mathematik 37, S. 402-407.
- OECD (2003): PISA 2003 Assessment Framework: Mathematics, Reading, Science and Problem Solving Knowledge and Skills. OECD iLibrary.  
<http://dx.doi.org/10.1787/9789264101739-en>
- OECD (2013): PISA 2012 Assessment and Analytical Framework: Mathematics, Reading, Science, Problem Solving and Financial Literacy. OECD iLibrary.  
<http://dx.doi.org/10.1787/9789264190511-en>