

Tim LUTZ, Guido PINKERNELL & Markus VOGEL, Heidelberg

## **Diagnose und Förderung im Bereich der elementaren Algebra an der Schnittstelle Übergang Schule-Hochschule**

### **Das Projekt aldifff**

Das Akronym aldifff (Algebra differenziert fördern) steht für ein von der Pädagogischen Hochschule Heidelberg gefördertes Projekt, das am Übergang Schule Hochschule ansetzt und als Zielgruppe die Studienanfänger im Bereich MINT mit dem Anliegen in den Blick nimmt, diesen durch gezielte Fördermaßnahmen im Bereich der elementaren Algebra einen erfolgreichen Start ins Studium zu ermöglichen. Die anvisierten Fördermaßnahmen umfassen auch die Optimierung bereits bestehender Brückenkurse.

Warum Algebra? In den aktuellen Bildungsstandards (z.B. KMK 2004) ist die Algebra im Unterschied etwa zur Geometrie oder zur Stochastik mit keiner „eigenen“ Leitidee konnotiert, sondern verbirgt sich in verschiedenen Prozesskompetenzen wie etwa innerhalb des Kompetenzbereiches Funktionen unter „Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen“. Dieser curricular weniger prominenten Stellung Rechnung tragend fokussiert das Projekt aldifff auf Schwierigkeiten, die sich im Bereich der elementaren Algebra an der Schnittstelle Übergang Schule-Hochschule auftun und als für den Fortgang im Studium relevant erachtet werden. Intendiert ist die Entwicklung eines Diagnoseinstruments, welches ermöglicht, Defizite im Bereich der elementaren Algebra differenziert zu erkennen. Darauf aufbauend soll Aufgabenmaterial entwickelt werden, um den erkannten Defiziten z.B. im Rahmen etablierter Brückenkurse zu begegnen.

Ein besonderes Anliegen des Projektes aldifff ist das computerbasierte Aufsetzen der Diagnostik, um den Studierenden individuelle Lernstandsorientierungen zu ermöglichen, an die sich adaptive Fördervorschläge anschließen. Automatische Aufgabenauswertungen (mit fehlertypusbasiertem Feedback) und adaptive Übungsmöglichkeiten (bei Randomisierung von Aufgabensequenzen) werden in Moodle: STACK umgesetzt.

### **Vorarbeiten**

Das Projekt aldifff baut auf die Ergebnisse des Vorgänger-Projektes DiaLeCo – Diagnose typischer Hürden beim Lernen mit computergestützten Multirepräsentationsumgebungen (Pinkernell & Vogel, 2016) der Pädagogischen Hochschule Heidelberg auf. Im Rahmen des Projektes DiaLeCo wurde eine summative und systematische Beschreibung eines sinnstiftenden Umgangs mit Elementen der formalen, elementaren Algebra (SUMEdA) entwickelt.

Die Beschreibung basiert auf einer extensiven Sichtung relevanter Literatur (theoretische Deduktion) und der Befragung deutschsprachiger Experten (inhaltliche Validierung). Tabellarisch lässt sich der Forschungsertrag in 10 Aspekten abbilden, die sich jeweils aus inhaltlichen (Elemente der Algebra) und prozeduralen (sinnstiftender Umgang) Anteilen synthetisieren (vgl. Tab. 1) und den Anspruch erheben, ein Modell der Wissens- und Könnensbereiche in der elementaren Algebra abzubilden.

(Sum) Sinnstiftender Umgang mit... ...Elementen der Algebra (EdA)	<b>Wissen</b>	<b>Können</b>			
		<b>Strukturieren</b>		<b>Transformieren</b>	
<b>Variable inkl. Parameter</b>	keine sinnvollen Wissens- oder Könnensaspekte formulierbar		(3) Umformungs- möglichkeiten erkennen	(4) Operationale Hierarchien erkennen	(7) Variablen und Parameter deuten
<b>Terme und Gleichungen</b>	(1) Bezeichnungen und Umformungsregeln ange- ben	(2) mithilfe gegebener Regeln umformen	(5) berechnen oder vergleichen		(8) zwischen al- gebraischen Ausdrücken und inner- mathema- tischen Si- tuationen wechseln
	(6) (effizient) umformen			(9) zwischen al- gebraischen Ausdrücken und Tabellen bzw. Graphen wechseln	(10) zwischen al- gebraischen Ausdrücken und außer- mathema- tischen Si- tuationen wechseln

Tabelle 1: SUmEdA – Tabellarische Übersicht nach Pinkernell, Düsi & Vogel (2017a), dgl. (2017b)

## Forschungsinteressen und Arbeitsprogramm

Unmittelbar an diese Vorarbeiten anknüpfend richtet das Projekt alldiff den Blick auf Maßnahmen der Validierung anhand des Aufgabenpools, der dem vorausgehend deduzierten Modell zugrunde liegt:

a) Inhaltliche Validierung: Wie verhält sich das theoretisch deduzierte fachdidaktische Modell SUmEdA zu den inhaltlichen Anforderungen an Studienanfänger, wie sie von Schul- und Hochschuldozenten im MINT-Bereich geäußert werden?

b) Konstruktvalidierung: Wie verhält sich ein empirisches Strukturmodell von Fähigkeiten im Bereich grundlegender algebraischer Fähigkeiten zum theoretisch deduzierten fachdidaktischen Modell SUmEdA gemessen am vorliegenden Itempool?

Konsekutiv stellen sich Fragen zu Diagnose und Förderung:

c) Diagnoseinstrument-Konstruktion: Wie lässt sich aus dem existierenden Itempool ein Instrument zur differenzierten Diagnose für den Einsatz in Schule und Hochschule konstruieren?

d) Fördermaterialien-Entwicklung: Lassen sich die im Strukturmodell identifizierten Teilkonstrukte mittels geeigneter Übungsmaterialien gezielt fördern?

Das Arbeitsprogramm des Projektes aldiff ist entsprechend den Forschungsinteressen in zwei Großphasen gegliedert: In der ersten Phase erfolgt eine empirische Absicherung der Inhaltsvalidität (Frage: a) von SUMEdA. Dazu werden Mathematiklehrende aus Schule und Hochschule befragt. Parallel dazu werden die Reliabilität und Konstruktvalidität von SUMEdA untersucht (Frage: b). Hierzu werden die unter Studienanfängern in MINT-Fächern erfassten Bearbeitungsdaten eines auf SUMEdA aufsetzenden Algebra-Test Strukturanalysen unterzogen. Sobald die Ergebnisse zur ersten Phase vorliegen, werden in der zweiten Phase aufbauend auf diesen Ergebnissen mit dem Blick auf Diagnose und Förderung die Fragen c) und d) angegangen.

### **Umsetzung: Inhaltliche Aspekte der Komplexitätsreduktion**

SUMEdA ist mit seinen 10 Wissens- und Könnensbereichen zu komplex, um es parallel neben einer Befragung vermitteln zu können. Daher wurde in Vorbereitung der Expertenbefragung eine terminologische und strukturelle Vereinfachung des Modells SUMEdA zur Kommunikation nach außen und zum Einsatz bei empirischen Erhebungen vorgenommen.

Die Kompetenzformulierungen in SUMEdA sind positiv formuliert, allerdings fällt das Fehlen von Kompetenz in der Regel erst durch auftretende Fehler auf. Diese Fehler wiederum sind das, was den Lehrenden unmittelbar gewahr wird. Zum Einsatz bei empirischen Untersuchungen ist das vereinfachte Modell daher auf die Beobachtung dessen, was falsch gemacht werden kann, ausgelegt.

### **Umsetzung: Technische Aspekte der Realisierung**

Der Test und die Aufgaben werden auf der Lernplattform Moodle mithilfe der Moodle Erweiterung STACK zur Verfügung gestellt. Bisher werden in der Regel bei derartigen Tests und Aufgaben String-Vergleiche verwendet. Dort sind eine Reihe von Musterlösungen vorab eingegeben. Eine konkrete Lösung der Aufgabe wird nur dann als richtig erkannt, wenn diese Lösung exakt mit einer der Musterlösungen übereinstimmt. STACK hingegen erlaubt es Mathematikaufgaben zu erstellen, die automatisch mit dem CAS Maxima ausgewertet und bewertet werden können. So erlaubt Moodle

STACK die digitalisierten Lösungen zu erfassen und bezüglich ihrer algebraischen Äquivalenz auf Richtigkeit hin zu bewerten.

Nach der Diagnose individueller Defizite im Bereich der elementaren Algebra mittels eines online zur Verfügung gestellten Algebra-Test werden Lernpfade zur Begegnung dieser Defizite angeboten. Das heißt, dass nach Teilnahme am Test der Test zu großen Teilen direkt automatisch ausgewertet wird. Die diagnostizierten Defizite der jeweiligen Person werden erfasst, erkannt und die betreffende Person erhält in Folge automatisch adaptiv für sie ausgewählte Aufgaben/Aufgabenkategorien zur Verfügung gestellt. So erfolgt sofort nach Bearbeitung der Förderaufgabe ein Feedback. Dieses gibt an, ob die Aufgabe korrekt bearbeitet wurde. Dabei wird dem Teilnehmer angezeigt, ob ihm ein typischer Fehler unterlaufen ist. Auf diese Weise soll Fehlvorstellungen der Befragten begegnet werden.

## Literatur

- Pinkernell, G., Düsi, C. & Vogel, M. (2017a). Aspekte des Wissens und Könnens der elementaren Algebra. In U. Kortenkamp & A. Kuzle (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2017* (S. 769–772). Münster: WTM-Verlag.
- Pinkernell, P., Düsi, C. & Vogel, M. (2017b). Aspects of proficiency in elementary algebra. In T. Dooley & G. Gueudet (Hrsg.), *Proceedings of CERME 10* (S. 464-471). Dublin, DCU Institute of Education & ERME
- Pinkernell, G., & Vogel, M. (2016). DiaLeCo – Lernen mit dynamischen Multirepräsentationen von Funktionen. In Institut für Mathematik und Informatik, Heidelberg (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2016* (S. 1463-1466). Münster: WTM-Verlag.
- KMK (2004). *Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Mittleren Schulabschluss. Beschluss vom 4.12.2003*. (Sekretariat der Ständigen Konferenz der Kultusminister der Länder der Bundesrepublik Deutschland, Hrsg.). München: Wolters Kluwer.