

Schülererklärungen zur Mittelsenkrechte – Planung einer Interviewstudie

Welchen Einfluss hat ein Unterrichten durch Problemlösen auf das Lernen? Einige Studien stärken die Hypothese, dass dies im Vergleich zu einer klassischen Vorlesung bei Studierenden zu höheren Erklärungskompetenzen führe. Gilt dies auch für Schüler und das Erlernen von Mathematik? In diesem Artikel wird die Konzeption einer Interviewstudie unter Betrachtung möglicher Effekte durch entdeckenlassenden Unterricht erläutert. Dazu wird eine Beispielaufgabe für den Einsatz in Interviews beschrieben und es werden mögliche Erklärungs- und Begründungswege von Schülern betrachtet.

Theoretischer Hintergrund

Unter dem Begriff entdeckendes Lernen bzw. entdeckenlassendes Lehren findet sich in der Literatur ein vielfältiges Spektrum an Definitionen. Die Definitionen unterscheiden sich u.a. in Hinblick auf Schüleraktivität, Eingreifen und Vorstrukturierung durch den Lehrer und Regulierung des eigenen Lernprozesses. Das Definitionsspektrum reicht von fast radikalen Forderungen nach Schülereigentätigkeit bis hin zu angeleiteten Lernprozessen. An einem Ende des Spektrums wird entdeckendes Lernen definiert als „ein Lernen ohne Unterricht, denn die Informationen sind gänzlich vom Lernenden zu generieren“ (Fritz et al., 2010, S.240). Der Lernende muss hierfür Informationen heraussuchen, diese neu ordnen und mit bereits bestehendem Wissen in Verbindung setzen, damit der Lerninhalt erfasst werden kann. Kritiker des entdeckenden Lernens sehen in dieser strikten Auslegung eine Überforderung für viele Schüler sowie eine sehr zeitaufwendige Umsetzung von Unterricht. Beides kann durch stärkeres Eingreifen ins Unterrichtsgeschehen selbst, aber auch vorab bei der Auswahl der Materialien und Aufgabenformulierungen durch die Lehrkraft abgewendet werden (vgl. Ausubel et al., 1981, S. 629). Eine milde Version des entdeckenden Lernens schreibt dem Lernenden eine aktivere Rolle im Unterricht zu, ohne dabei die Lenkung durch die Lehrkraft zu vernachlässigen. „Der Schüler ist kein an die Schulbank gefesselter Zuhörer, sondern übernimmt einen Teil bei der Ausgestaltung und kann ab und zu die Hauptrolle dabei spielen“ (Bruner 1981, S. 17). Ein Unterrichten durch Entdecken wird hier als Teil einer Unterrichtsvielfalt beschrieben, die andere Lehrformen ergänzt.

Im historischen Diskurs wurde dem von dem psychologischen Pädagogen Bruner favorisierten entdeckendem Lernen eine darbietende oder wie Ausubel sagt, eine rezeptive Lernform gegenübergestellt. Ebendiesen argumentativen Schlagabtausch machen sich auch heute noch einige Autoren zunutze,

um so in zueinander abgrenzenden Darstellungen die beiden Positionen herauszuarbeiten (vgl. Klauer & Leutner, 2012; Renkl et al., 2008; Hasselhorn & Gold, 2009). Dieses Mittel ist bestens geeignet, um vermutete Vor- und Nachteile beider Lehrformen systematisch aufzulisten und in Verbindung zu bringen. Manchmal geht dabei die Wertschätzung, die beide Pädagogen für die entsprechend „andere“ Lehrform äußern, verloren. Auch aus heutiger Sicht ist der Übergang zwischen beiden Methoden fließend. In der Mathematikdidaktik hat Heinrich Winter die Bedeutung der eigenen Entdeckung für den Lernprozess geprägt, indem er fordert, dass die „[...] Ertüchtigung in Problemlösefähigkeiten nicht schon durch Information von außen geschieht, sondern durch eigenes aktives Handeln unter Rekurs auf die schon vorhandene kognitive Struktur, allerdings in der Regel angeregt und somit erst ermöglicht durch äußere Impulse“ (Winter 2016, S. 3). Hierbei betont er die Lenkung und Anleitung durch die Lehrkraft und spricht sich somit für ein *gelenktes Entdecken* aus. Die Forderung nach stärkeren Vorgaben und Eingreifen durch die Lehrkraft als notwendiges Maß, um mithilfe eigenständiger Entdeckungen neues Wissen zu generieren, entspricht auch den Forderungen von Kritikern des entdeckenden Lernens (Ausubel et al., 1981, S. 629). Die Facetten des gelenkten Entdeckens können sicherlich noch weiter ausgeführt werden, so dass auch der fließende Übergang zu darbietenden Lehrformen deutlicher wird.

Ausgewählte Forschungsergebnisse

Wird Problemlösen im Sinne des entdeckenlassenden Lehrens in den Unterricht eingebaut, so ist es häufig das Ziel, bestimmte Begriffe zu entdecken und zu erlernen: *Begriffslernen als Ziel des Problemlösens* (Weigand et al., 2009, S. 114 ff.). In verschiedenen Studien zum entdeckenden Lernen zeigten Schüler höhere Entscheidungsfähigkeit und Verantwortung für die getroffenen Entscheidungen im Vergleich zur darbietend unterrichteten Gruppe. Diese hingegen wiesen ein besseres inhaltliches Verständnis der Lerninhalte auf (Klauer & Leutner, 2012; Hmelo-Silver, 2004). Ein Vergleich von problembasiertem und darbietendem Unterricht an Hochschulen in den USA hat u.a. gezeigt, dass Studierende, die einen problembasierten Unterricht erhalten haben bessere Erklärungskompetenz aufweisen (Capon & Kuhn, 2004; Patel, 1991). Andere Studien zeigten, dass durch entdeckendes Lernen und auch durch vielseitige Erklärungen in Gruppenarbeiten das neu Erlernte besser behalten werden konnte (Webb, Trooper & Fall, 1995; Dochy, Segers, van den Bossche & Gijbels, 2003).

Einordnung und Beschreibung der Interviewstudie

In der hier betrachteten Studie werden Varianten der Lehrformen des entdeckenlassenden und des darbietenden Lehrens einander gegenübergestellt.

Anhand des Lerninhalts der Mittelsenkrechten wird eine Unterrichtseinheit durchgeführt, um zu erörtern, inwiefern die Schülerleistungen am Ende der Unterrichtseinheit vergleichbar sind. Dies geschieht unter der Betrachtung dreier Aspekte: 1.) Schülerleistungen in Bezug auf inhaltliches Wissen zur Mittelsenkrechten; 2.) langfristig erbrachte Schülerleistungen und 3.) Erklärkompetenz der Schüler. Die Teilfragen 1.) und 2.) werden mithilfe schriftlicher Leistungsabfragen erhoben. Der detaillierte Ablauf der Unterrichtseinheit, sowie erste Ergebnisse der Vorstudie sind ausführlicher beschrieben in Möller und Rott (2017). Um die 3.) Frage beantworten zu können, werden im Anschluss an die Unterrichtseinheit Schülerinterviews unter Verwendung der Methode des *lauten Denkens* durchgeführt. Hierbei werden den Schülern Aufgabenformate vorgelegt, die verschiedene Erklärungsmöglichkeiten zur Mittelsenkrechten ermöglichen. Im Folgenden werden anhand einer Beispielaufgabe mögliche Schülererklärungen beschrieben.

Betrachtung der Interviewaufgabe

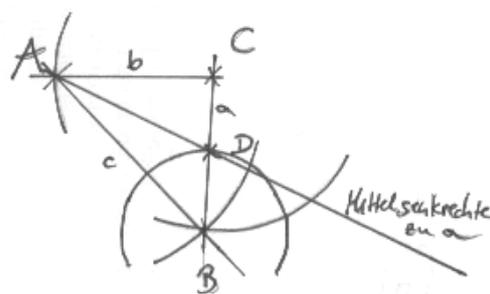
Welche Schülerantworten in den Interviews erwartet werden können, wird exemplarisch an der Aufgabe „Philipps Lösung“ beschrieben. Die von Philipp eingezeichnete Linie erfüllt die folgenden Anforderungen: es ist eine Gerade und sie verläuft durch die Mitte der Strecke \overline{BC} . Somit werden bereits zwei Eigenschaften erfüllt, die auch auf die Mittelsenkrechte zutreffen. Um zu erkennen, dass diese Gerade nicht der Mittelsenkrechten entspricht, muss eine weitere Eigenschaft hinzugezogen werden. Zum Beispiel kann zusätzlich die Orthogonalität der Geraden zur Strecke \overline{BC} durch Messen überprüft werden. Alternativ können

Nachbarbegriffe wie zum Beispiel die Höhe im Dreieck herangezogen werden, um das Fehlen der Orthogonalität zu erkennen. Ein ganz anderes Verständnis der Mittelsenkrechten wird verwendet, wenn für beliebige Punkte auf der eingezeichneten Geraden der Abstand zu den Streckenpunkten B und C gemessen wird. Hier erfolgt eine Argumentation über die Umkehrung des Satzes über die Mittelsenkrechte als Menge aller Punkte, die denselben Ab-

Beispielaufgabe: Philipps Lösung

Von einem Dreieck sind die Seitenlängen gegeben mit $a = 3\text{cm}$; $b = 3\text{cm}$ und $c = 4\text{cm}$. Gesucht ist die Mittelsenkrechte zur Seite a.

Philipp konstruiert das Dreieck mit Zirkel und Lineal. Dann zieht er einen Kreis um B mit dem Radius $1,5\text{cm}$. Den Schnittpunkt mit der Seite a nennt er D und verbindet ihn mit dem Punkt A. Diese Gerade ist die gesuchte Mittelsenkrechte. Ist Philipps Lösung richtig? Begründe.



stand zu zwei gegebenen Punkten haben (hier zu B und C). Eine dritte Möglichkeit, Philipps Aussage zu widerlegen, kann darin bestehen, die Mittelsenkrechte zu den Punkten B und C mithilfe des Zirkels selbsttätig zu konstruieren und diese mit der bereits eingezeichneten Geraden zu vergleichen. Auch so erkennt man, dass diese Gerade nicht der Mittelsenkrechten entspricht. Etwas weniger naheliegend, aber auch denkbar, wäre das Konstruieren der beiden fehlenden Mittelsenkrechten und die Überprüfung auf einen gemeinsamen Schnittpunkt aller drei Geraden bzw. die Konstruktion einer weiteren Mittelsenkrechten und den Versuch einen Dreiecksumkreis um diesen Schnittpunkt einzuzeichnen. In diese Ideen wird diese Eigenschaft von Dreieck genutzt: Die Mittelsenkrechten eines Dreiecks schneiden sich stets in genau einem Punkt, dem Umkreismittelpunkt.

Literatur

- Ausubel, D. P., Novak J. D. & Hanesian, H. (1981). *Psychologie des Unterrichts Band 2*. Weinheim, Basel: Beltz.
- Bruner, J. S. (1981). Der Akt der Entdeckung. In Neber, H. (Hrsg.). *Entdeckendes Lernen*. Weinheim: Beltz, S.15-27.
- Capon, N. & Kuhn, D. (2004). What's So Good About Problem-Based Learning? *Cognition and Construction*, 22 (1), 61-79.
- Dochy, F., Segers, M., Van den Bossche, P. & Gijbels, D. (2003). Effects of problem-based learning: a meta-analysis. *Learning and Instruction*, 13, 533-568.
- Fritz, A., Hussy, W., Tobinski, D. (2010). *Pädagogische Psychologie*. München, Stuttgart: Reinhardt.
- Hasselhorn, M. & Gold, A. (2009). *Pädagogische Psychologie. Erfolgreiches Lernen und Lehren*. 2., durchges. Aufl. Stuttgart: Kohlhammer.
- Hmelo-Silver, C. E. (2004). Problem based learning: What and how learners learn? *Educational Psychology Review*, 16, S. 235-266.
- Klauer, K. J. & Leutner, D. (2012). *Lehren und Lernen – Einführung in die Instruktionspsychologie*. Weinheim: Beltz.
- Möller, A. & Rott, B. (2017). Können durch problemorientierten Unterricht in derselben Unterrichtszeit vergleichbare Schülerleistungen erzielt werden? In U. Kortenkamp & A. Kuzle (Hrsg.). *Beiträge zum Mathematikunterricht*, (S. 673-676). Münster: WTM.
- Patel, V. L., Groen, G. J. & Norman G. R. (1991). Effects of conventional and problem-based medical curricula on problem solving. *Academic Medicine*, 66(7), S. 380-389.
- Renkl, A. (Hrsg.) (2008). *Lehrbuch Pädagogische Psychologie*. Bern: Huber.
- Webb, N., Trooper, J. & Fall, R. (1995). Constructive activity and learning in collaborative small groups. *Journal of Educational Psychology*, 87, S. 406-423.
- Weigand, H.-G., Filler, A. & Hölzl, R. (Hrsg.) (2009). *Didaktik der Geometrie für die Sekundarstufe I*. Heidelberg: Spektrum Akad. Verl.
- Winter, H. (2016). *Entdeckendes Lernen im Mathematikunterricht. Einblicke in die Ideengeschichte und ihre Bedeutung für die Pädagogik*. 3., aktualisierte Auflage. Wiesbaden: Springer Spektrum.