

## Zum Verständnis des Gleichheitszeichens in der Grundschule

Verschiedene Studien zeigen, dass Schülerinnen und Schüler (SuS) Schwierigkeiten aufzeigen, wenn im Arithmetikunterricht von bekannten Aufgabenformaten wie  $4 + 8 = \blacksquare$  abgewichen wird und beispielsweise Aufgaben der Art  $4 + 8 = \blacksquare + 7$  gelöst werden sollen (siehe Abbildung 1) (vgl. Ginsburg 1989; Falkner et al 1999; Steinweg 2013). Jedoch wird im inhaltsbe-

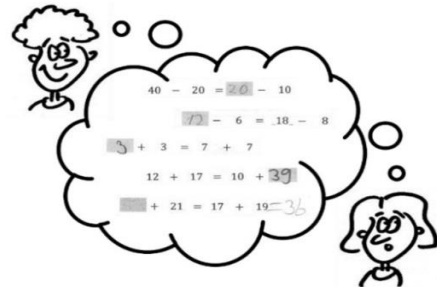


Abb. 1: Aufgabenbearbeitungen von SuS

zogenen Kompetenzbereich „Zahlen und Operationen“ des niedersächsischen Kerncurriculums explizit die Ausbildung flexibler Rechenfertigkeiten gefordert sowie der Aspekt der Differenzierung hervorgehoben (vgl. Niedersächsisches Kultusministerium 2017, S. 19 f., S. 30).

### Theoretische Grundlagen

Nach Sfards Theorie der „Dual nature of mathematical conceptions“ (1991) liegt die Vermutung nahe, dass sich dieses Phänomen mit der Verständnisentwicklung der arithmetischen Rechenkompetenz (operationale und strukturelle Sichtweise) erklären lässt. Entsprechend kann der zweite zu bearbeitende Aufgabentyp  $4 + 8 = \blacksquare + 7$  eine weitergehende Verständnistiefe des ersteren,  $4 + 8 = \blacksquare$ , sein. Bislang wurde Sfards Theorie noch nicht empirisch geprüft. Ziel des Forschungsprojektes ist es, dies im Hinblick auf die Entwicklung arithmetischer Rechenkompetenzen zu tun, wobei folgende Fragestellungen zugrunde liegen:

- Über welche Fertigkeiten verfügen Schülerinnen und Schüler beim Lösen arithmetischer Rechenaufgaben?
- Inwiefern hängt die erfolgreiche Bearbeitung der beiden Aufgabentypen voneinander ab?
- Welche Fehlerkategorien treten auf?

### Design der Studie

Für die Untersuchung der vorliegenden Fragestellungen wurde ein quantitativer Leistungstest ( $n = 60$ ) mit insgesamt 24 Aufgaben zum Verständnis der arithmetischen Rechenkompetenzen von Viertklässlern konzipiert.

### Ergebnisse und Ausblick

Die Ergebnisse zeigen, dass die wenigsten der befragten SuS (10%) Aufgaben

der Art  $4 + 8 = \blacksquare + 7$  zu mindestens 75% bearbeiten konnten. Hingegen haben 92% der SuS Aufgaben wie  $4 + 8 = \blacksquare$  zu mindestens 75% korrekt gelöst.

		Struktureles Verständnis				
		9-12 Punkte	5-8 Punkte	1-4 Punkte	0 Punkte	$\Sigma$
Operational Verständ-	9-12 Punkte	6	6	12	31	<b>55</b>
	5-8 Punkte	0	0	2	3	<b>5</b>
$\Sigma$		<b>6</b>	<b>6</b>	<b>14</b>	<b>34</b>	<b>60</b>

**Abb. 2: Zusammenhang zwischen der operationalen und der strukturalen Sichtweise: Anzahl der SuS nach ihren erreichten Punktzahlen**

Zudem kann aus den Daten der Kreuztabelle (Holling & Gediga 2011, S. 153 ff.) entnommen werden, dass sehr gute Leistungen im Bereich eines strukturalen Verständnisses stets mit sehr guten Leistungen im Bereich eines operationalen Verständnisses einhergehen, andersherum nicht zwangsläufig (siehe Abbildung 2). Es scheint zwischen operationalem und strukturalen Verständnis eine hierarchische Abhängigkeit zu geben, sodass die Annahme einer Verständniseentwicklung bekräftigt werden kann.

Bei der Auswertung der Daten offenbarten sich weiterhin diverse Fehler, die vorwiegend bei Aufgaben auftraten, die eine strukturelle Sichtweise erfordern. Diese sollen in einem nächsten Schritt qualitativ beforscht werden.

Es ist geplant, die vorliegende (Pilot-)Studie in einem größeren Projekt (VaRiM) erneut unter Einbezug einer größeren Stichprobe ( $n = 700$ ) und der Erhebung weiterer Leistungs- und Persönlichkeitsmerkmale durchzuführen.

## Literatur

- Falkner, K. P./ Levi, L./ Carpenter, T. P. (1999): Children's Understanding of Equality: A Foundation for Algebra. In: *Teaching Children Mathematics* 6 (4), S. 232–236.
- Ginsburg, H. P. (1989): *Children's Arithmetic: How They Learn It and How You Teach It*. 2nd Edition. Austin, Texas: pro-ed.
- Holling, H./ Gediga, G. (2011): *Statistik – Deskriptive Verfahren*. Göttingen u.a.: Hogrefe.
- Kieran, C. (1981): Concepts Associated with the Equality Symbol. In: *Educational Studies in Mathematics* 12 (3), S. 317–326.
- Niedersächsisches Kultusministerium (2017): *Kerncurriculum für die Grundschule – Schuljahrgänge 1–4*. Verfügbar unter: [http://db2.nibis.de/1db/cuvo/datei/0003\\_gs\\_mathe\\_56.pdf](http://db2.nibis.de/1db/cuvo/datei/0003_gs_mathe_56.pdf) (Abruf: 14.03.2018).
- Sfard, A. (1991): On the Dual Nature of Mathematical Conceptions: Reflections on Processes and Objects as Different Sides of the Same Coin. In: *Educational Studies in Mathematics* 22 (1), S. 1–36.
- Steinweg, A. S. (2013): *Algebra in der Grundschule. Muster und Strukturen – Gleichungen – funktionale Beziehungen*. Berlin/ Heidelberg: Springer Spektrum, S. 73–77.