

## **Ideelle Objekte real erleben – SchülerInnen entwickeln ihre Vorstellung zu Geraden durch Draußen-Mathematik**

### **Einleitung**

Der historischen Entwicklung der Geometrie selbst folgend, können wir auch unseren Geometrieunterricht, das Erlernen Ihrer Begriffe und Methoden, aufbauen. So „sollten wir Lernprozesse grundsätzlich mit der Beobachtung von Phänomenen um uns beginnen.“ (Winter, 1983, S. 182) Der oft unberücksichtigte Raum außerhalb des Schulgebäudes birgt gerade für solche Beobachtungen und geometrische Erkundungen großes Potential.

Um dieses Potential zu erforschen, werden im Rahmen einer Entwicklungsforschung zahlreiche Lernumgebungen entwickelt, in der Praxis erprobt und entsprechend weiterentwickelt. Zum derzeitigen Zeitpunkt befindet sich das Projekt in der ersten Entwicklungsphase.

In diesem Beitrag wird exemplarisch dargestellt, wie eine Bearbeitung des Begriffs Gerade hinsichtlich der Eigenschaft *gerade* zu sein thematisiert werden kann. Das übergeordnete Lernziel ist die Begriffsbildung zu Geraden, Strecken und Strahlen. Nachdem zugrundeliegende didaktische Hintergründe benannt sind, folgt die Präsentation einer konkreten unterrichtlichen Umsetzung.

### **Handelnde Begriffsbildung draußen**

Nach Winter (2016) erfolgt die Begriffsbildung, das Aufbauen von Vorstellungen zu Geraden, als „aktive, zugreifende, entwerfende, schöpferische Tätigkeit“ (S. 177). Man erkundet geometrische Begriffe durch Handeln und begegnet der Geometrie in der Umwelt. Diese Begegnung führt zu Sinn gebender Aneignung von Umwelt und Mathematik gleichzeitig (vgl. Gräfe et al., 2016, S. 73). Wir entwickeln den besonderen Blick durch eine „mathematische Brille“, die sich während wir durch sie hindurchsehen selbst schärft (vgl. Büchter & Leuders, 2009, S. 27). Die Abstraktion der Eigenschaften von Geraden erfolgt hier über das eigene Handeln und Erleben der Lernenden (vgl. Bender & Schreiber, 1985; Inhelder & Piaget 1946).

### **Reale und Ideelle Objekte**

Das Erleben und Beobachten ist immer an die Realität gebunden. Die Lernenden machen (alltägliche) Erfahrungen in ihrer Umwelt, stellen Formen oder Zeichnungen her, sie finden Beispiele für bestimmte Eigenschaften

(Was ist auf dem Schulhof alles *gerade*?). Sie entdecken den Begriff Gerade, erfinden die Definition neu (Winter, 1983, S. 181). Parallel bilden sie eine Vorstellung zu der Eigenschaft, die über die Anreihung der realen Beispiele hinausgeht. Diese geistigen Repräsentanten bilden ein fortlaufend wachsendes theoretisches System ideeller Objekte der Mathematik (ebd., S. 184). Das hier behandelte ideelle Objekt, die Gerade, wird verstanden als unendlich lange, unendlich dünne Linie. In der zeitlich und räumlich endlichen Realität können einige ihrer Eigenschaften an Strecken erkundet werden. Das entstehende abstrakte Wissen zum ideellen Objekt verändert wiederum die Betrachtung und das Verständnis der realen Objekte (ebd., S. 183, S. 185).

### **Lernziele**

Das übergeordnete Lernziel der Unterrichtseinheit ist das „Unterscheiden von Strecken, Strahlen und Geraden“ (Rahmenlehrplan der Länder Berlin und Brandenburg 2015, S. 46). Dafür werden die Schüler und Schülerinnen Vorstellungen bilden zu den drei Objekten und ihre Eigenschaften, insbesondere die Unterscheidungsmerkmale, kennenlernen. Ein weiteres Ziel ist das Bewusstmachen der Nichtexistenz von Geraden in der realen Welt.

Die vorgestellten Aufgaben zielen ab auf das Verständnis der Eigenschaft geradlinig zu sein: Die Schüler und Schülerinnen können gerade Linien von anderen unterscheiden, indem sie mit Seilen selbst gerade Linien, Strecken und Teilstrecken, herstellen und diese mit Zeichengeräten zeichnen.

### **Einbettung der Aufgaben (vorher)**

Die Aufgaben sind in eine Geschichte von zwei abenteuerlustigen Kuscheltieren eingebettet. Bobby und Ferdinand möchten Seiltanzen und die Aufgabe der Kinder besteht darin, ihnen Trainingsmöglichkeiten herzustellen (s. Abbildung 1). Dafür begeben sie sich zu einem beliebig beschaffenen Ort außerhalb des Schulgebäudes, etwas Platz sollte vorhanden sein. Bereits auf dem Weg dorthin erkunden die Kinder ihre Umgebung, indem sie nach bereits fertig vorhandenen Möglichkeiten zum Balancieren üben suchen. Am vereinbarten Treffpunkt angekommen, werden die gefundenen Stellen besprochen und nach Gemeinsamkeiten gesucht. Dann beginnt das Bearbeiten der Aufgaben in Dreier- bis Vierergruppen. Die Gruppen werden über ein Spiel gebildet, durch das die Kinder einen Buchstaben erhalten und in jeder Gruppe Kinder mit den Buchstaben A, B, C (und D) zusammenkommen. Während der Erarbeitungsphase werden Skizzen erstellt. Den Gruppen stehen Springseile zur Verfügung.

### **Aufgaben draußen: Eine Seiltanz-Trainingsroute für Bobby bauen.**

1. Als Training will Bobby von A zu B laufen. Baut ihm eine Strecke auf! Benutzt dabei das Seil, aber keine weiteren Gegenstände.
  - a) Was müsst ihr beachten? Wie müssen A und B stehen, damit ihr eine Strecke spannen könnt?
  - b) Gibt es unterschiedliche Möglichkeiten für das Seil zwischen A und B?

*A und B bleiben jetzt an ihren Positionen stehen.*

2. Bobby schafft nicht den ganzen Weg auf einmal! Wir brauchen eine Pausen-Plattform C.
  - a) Wo könnte sich C hinstellen?
  - b) Gibt es unterschiedliche Möglichkeiten? Welche ist die beste? Warum?
  - c) Wie viele Teilstrecken hat Bobby nun zu balancieren?
3. Ferdinand hat sich anstecken lassen und balanciert nun gemeinsam mit Bobby.
  - a) Wann können sich die beiden gegenseitig sehen?
  - b) Wann können sie Start und Ziel sehen?

*Jetzt dürfen A, B und C ihre Positionen verändern. Ihr dürft weitere Seile nutzen.*

4. Baut nun eigene Trainingsstrecken für Bobby und Ferdinand. Beachtet dabei:
    - a) Kann Bobby auf der Route balancieren?
    - b) Wie viele Teilstrecken sind zu balancieren?
    - c) Welche ist anstrengender?
- Entscheidet euch für eine der Möglichkeiten, die ihr den anderen Gruppen zeigen möchtet.
  - Legt die Seile auf dem Boden ab, beschriftet die Anfangs- und Endpunkte. Nun dürft ihr selbst auf dem Bodenseil tanzen und balancieren. Achtet dabei mal darauf, wer wen auf der Strecke vollständig sehen kann, je nachdem wo ihr gerade steht.

*Abbildung 1: Seiltanz-Aufgabe*

### **Einbettung der Aufgaben (nachher)**

In darauffolgenden Stunden wird das draußen Erlebte im Klassenraum rekonstruiert und systematisiert. Unterstützend steht hierfür ein Modell mit A, B, C und D beschrifteten Playmobilfiguren und Bindfaden zur Verfügung. Damit kann der Übergang zur symbolischen Ebene, dem Erstellen von Zeichnungen der Strecken mit einheitlichen Beschriftungen, erfolgen. Auf dieser Ebene werden weiterführende Aufgaben bearbeitet.

### **Diskussion und weiteres Vorgehen**

In der Diskussion im Anschluss an die Aufgabenvorstellung werden die Erfahrungen ausgetauscht. Zu den Aufgaben werden Differenzierungsmög-

lichkeiten und weitere Anpassungen vorgeschlagen. Die Frage, ob die Unterscheidung von realen und ideellen Objekten, für Grundschul Kinder notwendige Tiefe des Verständnisses gibt oder aber sie schlichtweg verwirrt, wird unter Hinzunahme von Schulbüchern und Erfahrungen aus der Praxis (auch aus dem Bereich des Modellierens) kontrovers diskutiert.

An den Draußen-Lernumgebungen wird im Folgenden in der praktischen Umsetzung die Begriffsbildung der Kinder in diesem Zusammenhang betrachtet.

## Literatur

- Bender, P., Schreiber, A. (1985). *Operative Genese der Geometrie*. Wien: Hölder-Pichler-Tempsky.
- Bildungsserver Berlin-Brandenburg (Senatsverwaltung für Jugend, Bildung und Sport) (2015). *Rahmenlehrplan Teil C. Mathematik. Jahrgangsstufen 1-10*.
- Büchter, A., Leuders, T. (2009). *Mathematikaufgaben selbst entwickeln* (5. Aufl.). Berlin: Cornelsen Scriptor.
- Gräfe, R., Gillessen, C., Harring, M., Sarahkiz, S., Witte, M.D. (2016). Bildungsräume anders denken. In von Au, J., Gade, U. (Hrsg.), *Raus aus dem Klassenzimmer – Outdoor Education als Unterrichtskonzept* (S. 70–78). Weinheim/Basel: Beltz.
- Inhelder, B., Piaget, J. (1946). *The Child's Conception of Space*. London: Routledge & Kegan Paul.
- Winter, H. (1983). Über die Entfaltung begrifflichen Denkens im Mathematikunterricht. *Journal Für Mathematik-Didaktik*, 4(3), 175–204.
- Winter, H. W. (2016). *Entdeckendes Lernen im Mathematikunterricht* (3. Aufl.). Wiesbaden: Springer Spektrum.